

Una curiosità:

Testo proposto all'esame di Stato nella sessione estiva del 1872

**«E' dato un recipiente avente la forma di un cono retto, il quale contiene dell'acqua che s'innalza fino ad un'altezza pure data.  $D=8m$  ed  $H=3m$  sono rispettivamente il diametro della base e l'altezza del cono,  $h=1m$  è l'altezza dell'acqua. Si domanda il raggio  $x$  d'una sfera di metallo che immersa nel liquido ne faccia sollevare il piano di livello fino a che questo divenga tangente alla sfera medesima.»**

### La Fisica negli esami di stato del Liceo Scientifico, esame di alcune tracce.

Nell'anno scolastico 1976-77 la fisica entra "timidamente" in un esame di "maturità" del liceo scientifico.

Fino alla maturità del 1992, si tratta solo di interpretazioni cinematiche

- Anno scolastico 1976-77

Sessione ordinaria

Fra le seguenti questioni (quattro) il candidato tratti quelle che ritiene più adeguate alla sua preparazione.

Tempo concesso: 5 ore.

3. Data la funzione  $y = a \sin x + b \cos x$ , si determinino i coefficienti  $a, b$  in modo che per

$x = \frac{2\pi}{3}$  sia  $y = 1$  e che i valori estremanti di  $y$  siano  $-2$  e  $+2$ . Se ne disegni il grafico nell'intervallo

$$0 \leq x \leq 2\pi,$$

Posto  $y = c \cdot \sin(x + \varphi)$ , si calcolino  $c$  e  $\varphi$  in modo che questa funzione coincida con quella assegnata.

Fatte le sostituzioni  $y = s$ ,  $x = 2\pi t$ , dove  $s$  rappresenta lo spostamento dall'origine di un

punto  $P$  che si muove su di una retta nel tempo  $t$ , si aggiunga, facoltativamente, la descrizione del moto di  $P$ , determinando, in particolare, gli istanti nei quali la velocità è nulla e quelli nei quali è massima.

- Anno scolastico 1979-1980

Sessione ordinaria

Fra le seguenti questioni (quattro) il candidato tratti quelle che ritiene più adeguate alla sua preparazione.

Tempo concesso: 5 ore.

2. Si rappresenti la funzione:  $y = \frac{6x^2 + 2x + 3}{2(2x^2 + 1)}$

dopo aver determinato massimi, minimi, flessi ed asintoti. Effettuata la sostituzione  $x = t$  e  $y = s$ , si interpreti la  $s$  come la distanza percorsa su di una retta da un punto al variare del tempo  $t$  e si dica per quali valori del tempo  $t$  positivo la velocità è massima in modulo e si descriva il moto del punto.

**Facoltativamente si interpreti il significato della funzione per  $t < 0$ .**

- Anno scolastico 1989-1990

Sessione ordinaria

Fra le seguenti questioni (tre) il candidato tratti quelle che ritiene più adeguate alla sua preparazione.

Tempo concesso: 5 ore.

3. Tracciare il grafico della funzione  $y = x \cdot e^{-x}$

La funzione data rappresenti per  $x > 0$  la legge oraria del moto di un punto che si muove lungo una semiretta ( $x$  rappresenti il tempo e  $y$  la distanza del punto  $P$  dall'origine della semiretta su cui si muove). Determinare in quale istante  $P$  raggiunge la massima velocità, in quale istante la velocità è nulla ed in quale istante l'accelerazione è nulla.

La fisica entra in modo piuttosto "forte" nel secondo problema della maturità 1992.

- Anno scolastico 1991 - 92

Sessione ordinaria

Fra le seguenti questioni (tre) il candidato tratti quelle che ritiene più adeguate alla sua preparazione.

Tempo concesso: 5 ore.

2. La funzione  $f(x) = (2x^3 - 4x)e^{-x^2}$  rappresenti, in opportune unità di misura, la forza  $f(x)$  a cui è soggetto un punto  $P$  libero di muoversi lungo l'asse delle ascisse. Sapendo che la forza è data da  $f(x) = -\frac{dE(x)}{dx}$  dove  $E(x)$  è l'energia potenziale, trovare l'espressione di  $E(x)$  avendo posto  $E(0) = -1$ , rappresentare.

Per quali valori di  $x$  il punto  $P$  è in equilibrio?

Per tali valori l'energia potenziale quali valore assume?

- Sessione suppletiva

1. Studiare la funzione  $y(x) = \cos x \cdot e^{-x}$ , per  $x \geq 0$

Essa, in opportune unità di misura, rappresenti la corrente elettrica di scarica di un condensatore attraverso una impedenza, essendo  $x$  il tempo. In tal caso la carica  $Q$  inizialmente presente sulle armature del condensatore è data

da  $\int_0^{\infty} y(x) dx$ . Calcolare il valore di  $Q$ .

- Anno scolastico 1992-1993

Sessione ordinaria

Fra le seguenti questioni (tre) il candidato tratti quelle che ritiene più adeguate alla sua preparazione.

Tempo concesso: 5 ore.

2. Dato un sistema di assi cartesiani ortogonali di centro  $O$ , tracciare la circonferenza  $\gamma$  di raggio unitario e centro  $O$ . Detto  $A$  il punto di coordinate  $(1, 0)$ , indicare con  $\vartheta$  l'angolo formato da una generica semiretta uscente dall'origine con il semiasse positivo delle ascisse e con  $P$  il punto in cui tale semiretta interseca  $\gamma$  ( $\widehat{POA} = \vartheta$ ).

Determinare in funzione di  $\vartheta$  l'ordinata  $y$  del punto  $Q$  appartenente al semiasse positivo delle  $y$  tale che  $|\overline{PQ}| = 2$ .

Descrivere, limitandosi all'uso della derivata prima, la funzione  $y = f(\vartheta)$  trovata.

Se  $P$  ruota sulla circonferenza con velocità angolare costante, il moto di  $Q$  quali caratteristiche presenta?

Negli istanti in cui  $Q$  ha velocità nulla,  $P$  dove si trova?

- Sessione suppletiva

3. Studiare la funzione  $f(x) = \left| \frac{\sin x}{K - \cos x} \right|$  dopo avere determinato il valore di  $K$  in modo che la funzione abbia un

massimo per  $x = \frac{\pi}{3}$ .

Supposto che la funzione rappresenti il valore numerico dell'intensità (espressa in Newton) di una forza che agisce lungo l'asse delle ascisse (ove  $x$  rappresenti il valore numerico della distanza in metri), calcolare il lavoro fatto dalla forza quando il suo punto di applicazione si sposta dalla posizione  $x = 0$  a  $x = \pi$ .

(L'integrale proposto è di facile esecuzione se si pone  $K - \cos x = t$ ).

Nell'anno scolastico 2000-2001 entra l'attuale tipologia dell'esame di stato: "Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario". Tempo concesso: 6 ore".

- Anno scolastico 2008-2009

Corso ordinamento  
Suppletiva

Quesito 7.

Il comandante di una nave decide di raggiungere il porto  $B$  partendo dal punto  $A$  e seguendo un percorso rettilineo. A causa di un errore, però, la nave inizia la sua navigazione lungo una rotta leggermente diversa da quella prevista. Dopo 5 ore ci si accorge dello sbaglio e il comandante ordina di virare di un angolo di  $23^\circ$  in modo da dirigere ora esattamente verso il porto  $B$ , che viene raggiunto dopo 3 ore. Se l'imbarcazione ha mantenuto sempre una velocità costante, quanto tempo si è perso a causa dell'errore?

- Anno scolastico 2000-2001

Corso Sperimentale PNI

Quesito 10

Dire, formalizzando la questione e utilizzando il teorema del valor medio o di Lagrange, se è vero che: «se un automobilista compie un viaggio senza soste in cui la velocità media è 60 km/h, allora almeno una volta durante il viaggio il tachimetro dell'automobile deve indicare esattamente 60 km/h».

- Anno scolastico 2012-2013

Corso ordinamento  
Straordinaria

Quesito 1.

Un ufficiale della guardia di finanza, in servizio lungo un tratto rettilineo di costa, avvista una motobarca di contrabbandieri che dirige in linea retta, perpendicolarmente alla costa, verso un vecchio faro abbandonato. L'angolo tra la direzione della costa e il raggio visivo dell'ufficiale che guarda la motobarca è di  $34,6^\circ$ ; il natante si trova a 6 miglia marine dal faro e si muove con una velocità di 18 nodi (miglia marine all'ora). L'ufficiale ordina di salire immediatamente in macchina, in modo da raggiungere il faro, percorrendo una strada parallela alla spiaggia, 10 minuti prima che vi approdino i contrabbandieri, per coglierli con le mani nel sacco. A che velocità media, in  $km/h$ , deve muoversi l'automezzo della guardia di finanza per arrivare nei tempi previsti? (Un miglio marino =  $1853,182 m$ ).

Quesito 10

Un delfino si trova nel punto  $A$  del bordo ovest di una piscina circolare. Nuota in linea retta per  $12 m$ , e tocca con il naso il bordo della piscina nel punto  $B$ . Si gira e nuota in una direzione diversa in linea retta per  $5 m$ , e arriva nel punto  $C$  situato sul bordo della piscina e diametralmente opposto al punto  $A$  dal quale era partito. Se la profondità dell'acqua è ovunque di  $2,50 m$ , quanti litri d'acqua sono contenuti nella piscina?

- Anno scolastico 2014-2015

Corso ordinamento  
Straordinaria

Quesito 10

Un motociclista procede a velocità costante su di una strada statale. Poco dopo la partenza, incontra una pietra miliare con l'indicazione chilometrica scritta con due cifre. Un'ora più tardi ne nota un'altra con le stesse cifre, ma invertite, e, dopo un'altra ora, ne individua una terza con le due cifre nell'ordine iniziale, ma separate da uno zero. Quale è stata la velocità della moto?

Tema proposto: *la legge del decadimento radioattivo*

Premessa:

La radioattività è un fenomeno naturale, scoperto alla fine dell'Ottocento da Henry Becquerel e i coniugi Pierre e Marie Curie, premi Nobel per la Fisica nel 1903, ed è causata dal fatto che i nuclei atomici degli isotopi di alcuni elementi presentano un eccesso di protoni e/o neutroni e quindi non sono stabili. Questi isotopi radioattivi sono detti anche radionuclidi o radioisotopi. Il nucleo di un isotopo radioattivo, essendo instabile, tende a trasformarsi spontaneamente nel nucleo di un elemento diverso (fino a diventare un nucleo stabile), emettendo particelle ed energia radiante: tale processo è detto decadimento radioattivo.

Il decadimento di un nucleo è un evento casuale, nel senso che non è possibile stabilire se un dato nucleo decadrà in un certo istante. Quello che è possibile fare è soltanto determinare con quale probabilità il nucleo decade in un determinato intervallo di tempo. Per fare ciò aiutiamoci con l'analogia fra gli  $N$  nuclei di un certo isotopo radioattivo e gli  $N$  abitanti di una città. I nuclei che decadono, che indichiamo con  $\Delta N$ , sono assimilabili ai decessi che si registrano in città in un prefissato intervallo di tempo  $\Delta t$ . Tali decessi sono direttamente proporzionali al numero degli abitanti della città e all'intervallo di tempo stesso:

$$(1) \quad \Delta N = -\lambda N \Delta t$$

Dove  $\lambda$  è una costante di proporzionalità caratteristica dell'isotopo (o della città), chiamata costante di decadimento (di decessi). Per esempio in una data città essa è legata alle condizioni di vita dei suoi abitanti.

1. Si chiede

- Qual è la dimensione di  $\lambda$
- Per la città di un paese sottosviluppato, dove le aspettative di vita sono più basse, tale costante ha un valore alto o basso?
- Perché nell'equazione è presente il segno  $-$ ?

2. Indicato con  $N_0$  il numero dei nuclei radioattivi nell'istante iniziale  $t_0 = 0$  e con  $N$  il numero dei nuclei non ancora decaduti in qualunque istante  $t$  successivo a quello iniziale, ricavare l'equazione che esprime  $N$  in funzione del tempo  $t$  e rappresentare.

Per caratterizzare il fenomeni radioattivi si usano tre grandezze fisiche:

- a. il tempo di dimezzamento  $t_{1/2}$
- b. l'attività  $A$
- c. la vita media  $\tau$

a. Il tempo di dimezzamento  $t_{1/2}$  è l'intervallo di tempo dopo il quale la metà dei nuclei originali  $N_0$  è decaduta.

Calcolare il tempo di dimezzamento in funzione di  $\lambda$ .

b. L'attività di un campione radioattivo è il numero di decadimenti subiti nell'unità di tempo, dalla legge del decadimento radioattivo dedurre l'espressione dell'attività, indicare l'unità di misura e il significato matematico.

c. La vita media  $\tau$  di un nucleo radioattivo rappresenta statisticamente il tempo medio che deve trascorrere prima che il nucleo decada. Il nome "vita media" dipende dal fatto che può essere calcolato come media integrale nel

seguito modo: 
$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot N_0 e^{-\lambda t} dt}{\int_0^{\infty} N_0 e^{-\lambda t} dt}, \text{ dimostrare che } \tau = \frac{1}{\lambda}$$

3. La legge del decadimento radioattivo è utilizzata per la datazione di reperti archeologici, per esempio il metodo del  $^{14}\text{C}$  (carbonio-14) è un metodo di datazione radiometrica basato sulla misura delle abbondanze relative dell'isotopo  $^{14}\text{C}$  del carbonio. Finché un organismo vive, il radiocarbonio  $^{14}\text{C}$  che decade viene rimpiazzato da altro radiocarbonio, e quindi rimane costante in quell'organismo il rapporto tra carbonio  $^{14}\text{C}$  e carbonio  $^{12}\text{C}$ . Ma, non appena l'organismo muore, la quantità di carbonio  $^{14}\text{C}$ , non è più rimpiazzato e quindi comincia a diminuire, mentre resta costante quella di carbonio  $^{12}\text{C}$ . Quindi, tenendo conto del tempo di dimezzamento del carbonio  $^{14}\text{C}$ , 5730 anni, si può risalire all'età del campione in esame.

Da un pezzo di carbone proveniente da una antica fornace etrusca viene estratto un campione di carbonio di massa  $m = 25 \text{ g}$ . La radioattività del campione è misurata in  $4,167 \text{ Bq}$ . Determinare l'età del carbone.

#### 4. Il comportamento dei muoni.

*I muoni sono delle particelle instabili che si formano nell'alta atmosfera (circa  $10\text{ km}$ ) ad opera dei raggi cosmici; hanno una vita media  $\tau = 2,2\ \mu\text{s}$  (microsecondi) e quindi decadono, in genere in un elettrone e in una coppia neutrino antineutrino. Sono particelle velocissime, la loro velocità è  $v = 99,92\% c$ .*

Nell'ambito della fisica classica, calcolare la distanza percorsa da un neutrino prima di decadere.

Dal calcolo effettuato si deduce che ben pochi neutrini riescono a raggiungere la superficie terrestre, ma le rilevazioni dimostrano che sulla terra ne arrivano più della metà!

Giustificare il fatto sperimentale in base alla teoria della relatività.