EDITORIALE

Il MIUR detta i ventisette argomenti di matematica da insegnare nei licei scientifici

The MIUR dictates the twenty-seven mathematical subjects to be taught in scientific high schools

Emilio Ambrisi

Abstract

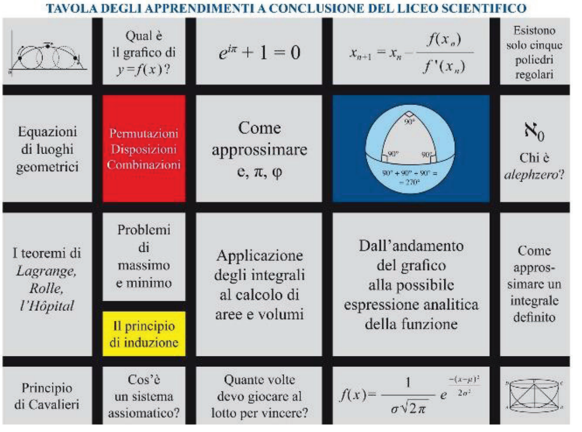
The recent publication of 'frameworks' for the second tests of state exams has proved to be very useful. The mathematics teachers of scientific high schools have at their disposal a list of 27 topics to be taught to their students over the five years of study. The list also has a few minuses, but it's a good basis to discuss to improve and share it.

Che cosa insegnare? Adesso le scuole e i docenti lo sanno decisamente meglio. Hanno l'elenco dei possibili contenuti delle prove scritte dell'esame conclusivo del percorso di studio per tutte le discipline che ne sono oggetto. Sanno in dettaglio che cosa gli studenti debbono studiare per ben figurare agli esami di Stato e sono perciò nelle condizioni di meglio operare per educarli e invogliarli a farlo. Nei licei scientifici la prova di matematica, che riguarderà l'intero quinquennio di studio, sarà la meta verso la quale i docenti e i discenti potranno indirizzare i loro passi, come da antica tradizione. La fase di transizione di questi ultimi tre o quattro anni sembra destinata ad essere presto dimenticata, insieme alla confusione di cui è stata portatrice.

Il 26 novembre scorso, infatti, gli attesi "quadri di riferimento" per la redazione e lo svolgimento delle prove scritte sono stati pubblicati. Sono documenti pensati per sopperire alla debolezza delle Indicazioni Nazionali per i licei, per indicare in modo più chiaro ed efficace i traguardi e i risultati di apprendimento da conseguire. Documenti che di fatto andranno a sostituirle soddisfacendo anche la sempre avvertita esigenza terminologica: *nomina sunt* *omina*. “Quadro di riferimento” è semanticamente più adeguato anche se induce per certi versi ad evocare un’idea antica, centenaria: l’idea di “programma ministeriale per gli esami” che fu di Croce e poi di Gentile.

Per la matematica dei licei scientifici il relativo “quadro” dispiega soluzioni abbastanza semplici e sostenibili, forse poco curate nella forma, ma sostanzialmente comprensibili e dettagliate. Forse anche non in linea con le Indicazioni, ma questo era messo in conto per le difficoltà di individuare una “linea” in queste ultime. E, infatti, il “quadro” per la matematica mostra la sua parte peggiore proprio nel preambolo, laddove sembra voler ricalcare quelle discusse Indicazioni Nazionali, con un inizio quasi identico: “Essa [la prova] è finalizzata ad accertare l’acquisizione dei *principali concetti e metodi della matematica*” seguito però da una aggiunta decisamente peggiorativa “di base”: perchè? Che cos’è matematica di base? Perchè complicare le cose? Tralasciamo! Per il resto, quella parte introduttiva è saggiamente sintetica, ridotta a poche righe che limitano a solo due o tre le frasi che sarebbe stato meglio non scrivere o esprimere in modo diverso. Quel preambolo, nell’intento di riprendere una possibile, soggiacente, “visione” pedagogico-didattica, delle Indicazioni Nazionali, sottolinea: la prospettiva storico-critica, la comprensione e la padronanza del metodo dimostrativo nei vari ambiti della matematica, anche utilizzando il principio di induzione, la costruzione di esempi e controesempi, l’applicazione di teoremi o procedure, la costruzione e la discussione di modelli, la risoluzione di problemi. E qui la possibilità di prevedere nelle prove “riferimenti a testi classici o momenti storici significativi della matematica”. Una novità anticipata da Franco Ghione nella sua conferenza al Congresso Mathesis di Milano (il testo è su: www.mathesisnazionale.it) che è una lettura da consigliare per una migliore comprensione delle scelte effettuate. Una novità comunque da accogliere con favore perché rafforza la prospettiva storico-critica e ristabilisce un legame di continuità con quanto già era stato fatto nei problemi e nei quesiti degli anni passati, nel periodo dal 2001 al 2015: il problema di Viviani, la versiera di Agnesi, la scodella di Galilei, gli insiemi infiniti. Ad esempio: “*In una delle sue opere G. Galilei fa porre da Salviati, uno dei personaggi, la seguente questione riguardante l’insieme N dei numeri naturali (“i numeri tutti”). Dice Salviati: «...se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?»*. Era uno dei quesiti della prova del 2011, indirizzo PNI. Nelle pagine seguenti di questo fascicolo, a pag. 18, sono riprodotti i primi 4 problemi delle *Instituzioni Analitiche ad uso della gioventù italiana (1748)* sia per un omaggio all’autrice, Maria Gaetana Agnesi, nel terzo centenario della nascita, sia come stimolo a pensare ad esempi da proporre in una prova d’esame, sia ancora per appagare, con un piccolo assaggio, il gusto del lettore per la storia della didattica della matematica.

Nel preambolo del “quadro” si dice anche che la struttura della prova rimane la stessa ma con otto quesiti anziché dieci e riguardo alla durata si stabilisce che essa potrà variare da quattro a sei ore. Inutile cercare una motivazione per entrambe le scelte. Non c'è. Saranno certo punti su cui si dovrà discutere. La durata della prova, ad esempio, non è una variabile secondaria; fu portata a sei ore per soddisfare ad una precisa scelta pedagogica: dover proporre problemi e quesiti che invogliassero a pensare e scrivere (di matematica!), a sviluppare e illustrare un ragionamento, a esporre un concetto, una dimostrazione, una procedura, senza l'ansia del tempo che manca. Qualcosa cioè che si ritrova nella filosofia di fondo di questo nuovo quadro. Perché allora quella possibile riduzione? In diciotto anni (dal 2001) l'unica critica mossa alle sei ore (ne ha spesso parlato Tiziana Bindo) è che le commissioni, dopo la prima mezza mattinata, faticavano troppo a mantenere l'ordine e a controllare che non si copiasse. È questa la motivazione o non piuttosto quell'idea, caratteristica dei tempi, che tutto debba essere fatto in fretta, rapidamente? È decisamente una questione da non sottovalutare e su cui riflettere e discutere in futuro. Comunque, dopo il succinto preambolo il documento passa subito a dire dei "nuclei tematici fondamentali" o, come anche si era detto, dei "nodi concettuali essenziali e irrinunciabili". Espressioni che avevano sollecitato vari interrogativi, sviluppati peraltro nel passato Editoriale, e fatto pensare a chissà quali finezze e novità di pensiero da introdurre nella gestione del sapere matematico. La soluzione proposta, invece, non vola affatto nella volta celeste delle idee. Afferma semplicemente che i nuclei tematici fondamentali sono: *aritmetica e algebra*, *geometria euclidea e cartesiana*, *insiemi e funzioni*, *probabilità e statistica*, cioè i capitoli o gli ambiti della tradizionale sistemazione della matematica. Tutto ciò però è parte del tutto irrilevante. Nella struttura del quadro, serve solo a una giustificazione "giuridica". Serve cioè a dire che è, come prescrive la legge, con "riferimento" a questi nuclei tematici "fondamentali", che si svela ciò che s'intende accertare con la prova scritta di matematica e che gli allievi dei licei scientifici del territorio nazionale devono essere in grado di sapere e saper fare. Ecco allora la lista di ventisette argomenti da studiare e apprendere perché sostanzieranno la prova scritta di matematica degli esami di Stato. Non sono espressi male, ad eccezione di tre o quattro di essi, si capisce esattamente cosa vogliono dire. Alcuni andrebbero riscritti trovando espressioni più adeguate e atte ad evitare equivocità e ridondanze nonché a recuperare qualche perdita significativa



come ad esempio le questioni di calcolo approssimato. Sorprende anche l'argomento, ventitreesimo della lista: "interpretare geometricamente l'integrale definito e applicarlo al calcolo di aree". Perché il troncamento della frase? Perché solo calcolo delle aree e non anche dei volumi che è l'aspetto più ricco e significativo? Aspetto che rappresenta uno dei successi della didattica della matematica in Italia, ottenuto proprio attraverso le prove scritte degli esami di Stato. Aspetto che era pressoché sconosciuto alla trattatistica italiana e si è rivelato uno degli strumenti più efficaci di rafforzamento del concetto di integrale definito, di ampliamento della visione spaziale e del saper vedere in matematica. Aspetto cioè che ha costituito un attrattore notevole verso l'integrazione concettuale e un passo avanti compiuto dalla pedagogia della matematica così come lo è stato l'aver integrato, nei problemi e nei quesiti, la canonica richiesta di tracciare il grafico di una funzione assegnatane l'equazione, con la richiesta reciproca di individuare la possibile espressione analitica di un dato andamento grafico. Questo quadro ha la sue innegabili positività: stabilisce peraltro una continuità con quanto era stato fatto dal Ministero quale misura di accompagnamento all'attuazione delle Indicazioni Nazionali e alla loro interpretazione sintetizzata nel *quadro di Mondrian*. È positivo cioè che il Ministero abbia re-imboccato la via maestra, quella già segnata e da percorrere. Bisognerà ovviamente sistemarla e illuminarla meglio. Serviranno buoni esempi: esempi di prove adeguate eventualmente anche attinte dalla ricca miniera del passato; esempi che siano chiari e coerenti alle scelte. Tra questi poi una particolare attenzione dovrà essere rivolta alla formulazione di esempi di prove interdisciplinari: matematica e fisica; matematica, fisica, scienze. Esempi che integrino conoscenze e abilità, oltre le discipline. Esempi che per essere "buoni" richiedono studio e impegno… interdisciplinare! Non possono essere improvvisati! Una matematica che "guardi ovunque" (vedi l'Editoriale 3/2017) è l'ulteriore passo da compiere nella direzione del miglioramento dell'apprendimento della matematica e della sua presenza nella formazione dell'uomo e del cittadino di domani.

Ecco la lista degli argomenti:

1. Utilizzare le diverse rappresentazioni dei numeri, riconoscendone l'appartenenza agli insiemi N, Z, Q, R e C. Interpretare geometricamente le operazioni di addizione e di moltiplicazione in C.
2. Mettere in relazione le radici di un polinomio, i suoi fattori lineari ed i suoi coefficienti. Applicare il principio d'identità dei polinomi.
3. Risolvere, anche per via grafica, equazioni e disequazioni algebriche (e loro sistemi) fino al 2° grado ed equazioni o disequazioni ad esse riconducibili.
4. Utilizzare i risultati principali della geometria euclidea, in particolare la geometria del triangolo e del cerchio, le proprietà dei parallelogrammi, la similitudine e gli elementi fondamentali della geometria solida; dimostrare proposizioni di geometria euclidea, con metodo sintetico o analitico.
5. Servirsi delle funzioni circolari per esprimere relazioni tra gli elementi di una data configurazione geometrica.
6. Scegliere opportuni sistemi di riferimento per l'analisi di un problema.
7. Determinare luoghi geometrici a partire da proprietà assegnate.
8. Porre in relazione equazioni e disequazioni con le corrispondenti parti del piano.
9. Applicare simmetrie, traslazioni e dilatazioni riconoscendone i rispettivi invarianti.
10. Studiare rette, coniche e loro intersezioni nel piano nonché rette, piani, superfici sferiche e loro intersezioni nello spazio utilizzando le coordinate cartesiane.
11. Analizzare le proprietà di iniettività, suriettività, invertibilità di funzioni definite su insiemi qualsiasi. Riconoscere ed applicare la composizione di funzioni.
12. Applicare gli elementi di base del calcolo combinatorio.
13. Analizzare le proprietà di parità, monotonia, periodicità di funzioni definite sull'insieme dei numeri reali o su un suo sottoinsieme.
14. Individuare le caratteristiche fondamentali e i parametri caratteristici delle progressioni aritmetiche e geometriche e delle funzioni polinomiali, lineari a tratti, razionali fratte, circolari, esponenziali e logaritmiche, modulo e loro composizioni semplici.

15. A partire dall'espressione analitica di una funzione, individuare le caratteristiche salienti del suo grafico e viceversa; a partire dal grafico di una funzione, tracciare i grafici di funzioni correlate: l'inversa (se esiste), la reciproca, il modulo, o altre funzioni ottenute con trasformazioni geometriche.
16. Discutere l'esistenza e determinare il valore del limite di una successione definita con un'espressione analitica o per ricorrenza.
17. Discutere l'esistenza e determinare il valore del limite di una funzione, in particolare i limiti, per x che tende a 0, di sen(x)/x, $(e^x-1)/x$ e limiti ad essi riconducibili.
18. Riconoscere le caratteristiche di continuità e derivabilità di una funzione e applicare i principali teoremi riguardanti la continuità e la derivabilità.
19. Determinare la derivata di una funzione ed interpretarne geometricamente il significato.
20. Applicare il calcolo differenziale a problemi di massimo e minimo.
21. Analizzare le caratteristiche della funzione integrale di una funzione continua e applicare il teorema fondamentale del calcolo integrale.
22. A partire dal grafico di una funzione, tracciare i grafici della sua derivata e di una sua funzione integrale.
23. Interpretare geometricamente l'integrale definito e applicarlo al calcolo di aree.
24. Determinare primitive di funzioni utilizzando integrali immediati, integrazione per sostituzione o per parti.
25. Determinare la probabilità di un evento utilizzando i teoremi fondamentali della probabilità, il calcolo combinatorio, il calcolo integrale.
26. Valutare la dipendenza o l'indipendenza di eventi casuali.
27. Analizzare la distribuzione di una variabile casuale o di un insieme di dati e determinarne valori di sintesi, quali media, mediana, deviazione standard, varianza.