

Aspetti Storici dell'Algebra Moderna

Giovanni Frattini, Ludwig Sylow, Sophus Lie

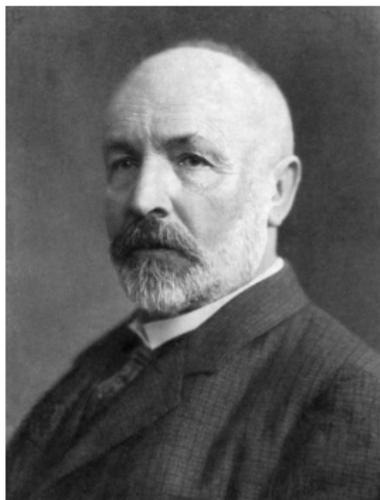
Francesco de Giovanni

Università di Napoli Federico II

Congresso Nazionale Mathesis

Milano, 15 novembre 2018





Georg Cantor

San Pietroburgo, 3 marzo 1845 – Halle, 6 gennaio 1918





Ludwig Sylow

Christiania, 12 dicembre 1832 – 7 settembre 1918

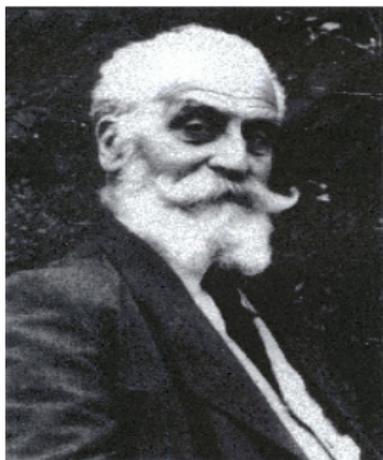




Giovanni Frattini

Roma, 8 gennaio 1852 – 21 luglio 1925





Rodolfo Bettazzi

1861–1941

Il primo presidente della Mathesis fu Rodolfo Bettazzi, e nel primo periodo Frattini fu vicepresidente al suo fianco (1896–1900), divenendo poi presidente per il periodo 1900–1902





Sophus Lie

Nordfjordeid, 17 dicembre 1842

Christiania, 18 febbraio 1899





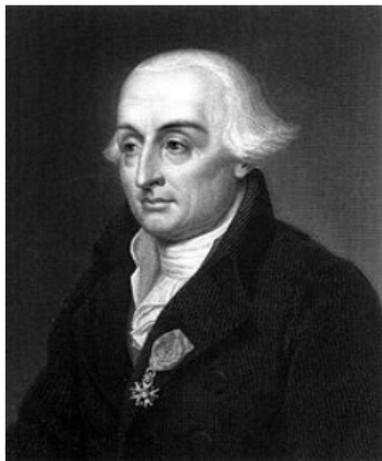
Ferdinand G. Frobenius

Charlottenburg, 26 ottobre 1849

Berlino, 3 agosto 1917

“Come ogni persona istruita conosce il teorema di Pitagora, così ogni matematico dovrebbe essere in grado di parlare del teorema di Abel e del teorema di Sylow”





Joseph-Louis Lagrange

Torino, 25 gennaio 1736

Parigi, 10 aprile 1813

Il Teorema di Lagrange

*Sia G un gruppo finito di ordine m ,
e sia X un sottogruppo di G .
Allora l'ordine di X divide l'ordine di G*



Il Problema dell'Inversione del Teorema di Lagrange

*Sia G un gruppo finito di ordine m ,
e sia n un divisore positivo di m .
È vero che in questa situazione
esiste in G un sottogruppo di ordine n ?*



Il Problema dell'Inversione del Teorema di Lagrange

*Sia G un gruppo finito di ordine m ,
e sia n un divisore positivo di m .
È vero che in questa situazione
esiste in G un sottogruppo di ordine n ?*

La risposta è negativa in generale



Il Problema dell'Inversione del Teorema di Lagrange

*Sia G un gruppo finito di ordine m ,
e sia n un divisore positivo di m .
È vero che in questa situazione
esiste in G un sottogruppo di ordine n ?*

La risposta è negativa in generale

Il gruppo alterno $Alt(4)$ ha ordine 12
ma non contiene sottogruppi di ordine 6



Il Primo Teorema di Sylow

*Sia G un gruppo finito di ordine m , e sia p un numero primo.
Se k è un numero naturale tale che p^k divide m ,
allora G ha un sottogruppo di ordine p^k*



Se n è un numero intero positivo tale che ogni gruppo finito il cui ordine sia divisibile per n contenga un sottogruppo di ordine n , allora n è potenza di un numero primo



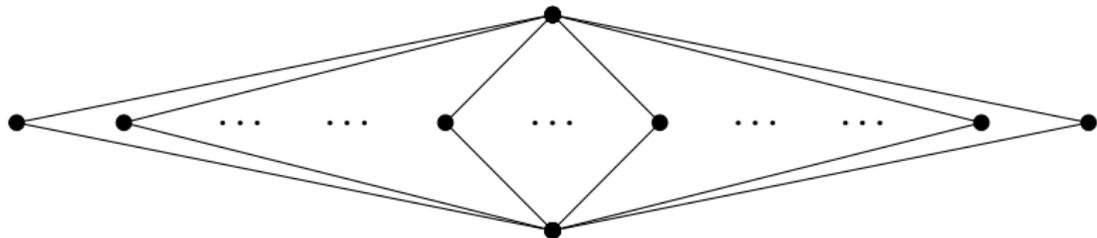
Il Secondo Teorema di Sylow

Sia G un gruppo finito di ordine m , e siano p un numero primo e p^k la massima potenza di p che divide m .

Se X e Y sono due sottogruppi di G di ordine p^k , allora esiste un elemento g di G tale che

$$Y = g^{-1}Xg = \{g^{-1}xg \mid x \in X\}$$





Mostro di Tarski (A.I. Ol'shanskiĭ, 1990)



Nel database *MathSciNet* dell'*American Mathematical Society*,
che raccoglie le recensioni degli articoli di ricerca matematica
pubblicati nelle più qualificate riviste scientifiche del mondo,
sono ad oggi ben 6879 le citazioni della parola *Sylow*.





George A. Miller

Lynnville, 31 luglio 1863

Urbana, 10 febbraio 1951



Kongevold le 5 juillet 1910

Mon cher professeur Miller,

Votre lettre m'est parvenue ici à Kongevold, un lieu de montagne, où je passe les vacances universitaires, et où la poste n'arrive que deux fois dans la semaine. Voilà la cause du retard de ma réponse. J'ai en effet donné mes cours sur la théorie des équations algébriques. Dans ce cours j'ai dû enseigner le théorème fondamental de Galois avec les principales propositions sur les groupes de substitutions alors connues et qui étaient nécessaires pour l'application à la théorie des équations. C'est le cours qu'a suivi Sophus Lie, alors jeune étudiant qui avait été mon élève à une école de Christiania. Ce fut, je crois, en 1862-1863. Je n'étais pas alors professeur à l'université mais "Ovnlærer" (Ouvrier) au gymnase de Fjdrickshald, et je donnais des cours de mathématiques



comme remplaçant du professeur P. J. Borch.

Il n'y a pas eu de cours sur la théorie des séries
telles à Christiania avant ce temps, soit après
jusqu'en 1877, l'année dans laquelle je les
ai repris. Les dates ne sont pas absolument
sures, mais à mon retour à Christiania je les
retrouvai, elles ne sont pas exactes.

J'ai bien publié à Christiania quelques notes
sur les groupes de substitutions, mais je ne saurais
retrouver ici, ni les dates, ni les titres exacts
Personne, je pense, outre nous, n'a écrit en
Norvège sur la théorie des groupes. Notre fin.

Je vous prie d'examiner l'insuffisance de
cette lettre, à laquelle je donnerai le complément
nécessaire quand je serai de retour à Christiania,
et de vouloir agréer l'assurance de la haute
considération avec laquelle je suis votre
dévoté

L. Sylow.



Kongsvold, 5 luglio 1910

Mio caro professor Miller,

la vostra lettera mi è arrivata qui a Kongsvold, un luogo di montagna dove passo le vacanze universitarie e dove la posta arriva solo due volte alla settimana. Ecco il motivo del ritardo della mia risposta.

Ho in effetti tenuto un corso sulla teoria delle equazioni algebriche. In questo corso ho dovuto insegnare il teorema fondamentale di Galois, con le principali proposizioni sui gruppi di sostituzioni allora conosciuti e che erano necessari per le applicazioni alla teoria delle equazioni. È il corso che ha seguito Sophus Lie, allora giovane studente, che era stato mio allievo in una scuola di Cristiania. Fu, io credo, nel 1862-63.

Io non ero allora professore all'università, ma insegnante al ginnasio di Frederikshald e davo dei corsi di Matematica come sostituto del prof. ...

Non ci sono stati a Cristiania altri corsi di teoria delle sostituzioni prima di allora né dopo, fino al 1897, anno in cui li ho ripresi. Le date non sono assolutamente sicure, ma al mio ritorno a Cristiania le preciserò, se non sono esatte. Ho effettivamente pubblicato a Cristiania degli appunti sui gruppi di sostituzioni, ma non saprei ritrovare qui né le date né i titoli esatti. Credo comunque che in Norvegia, oltre questi appunti, non esista un libro sui gruppi.

Vi prego di scusare l'insufficienza di questa lettera, alla quale darò necessariamente seguito quando sarò di ritorno a Cristiania, e di voler accettare l'assicurazione dell'alta considerazione con la quale vi sono devoto.

L. Sylow





Eugen O. Netto

Halle, 30 giugno 1848 – Giessen, 13 maggio 1919





Alfredo Capelli

Milano, 5 agosto 1855 – Napoli, 28 gennaio 1910



Tra il 1873 ed il 1881, Sylow e Lie curarono insieme,
su incarico dell'*Accademia Norvegese delle Scienze*,
la pubblicazione dell'*opera omnia* di Abel,
un lavoro difficile cui i due dedicarono molte energie.
Lie dichiarò in seguito che la maggior parte del lavoro,
che aveva consentito tra l'altro il ritrovamento
di molto materiale inedito,
era stato di fatto svolto da Sylow



Sophus Lie, giovane studente, seguì nel 1862
un corso di Sylow sui risultati di Abel e Galois.



Sophus Lie, giovane studente, seguì nel 1862
un corso di Sylow sui risultati di Abel e Galois.

Convinto di voler intraprendere la carriera accademica,
ma incerto sulla disciplina da scegliere per il suo futuro,
oscillò per vario tempo tra astronomia, botanica e zoologia



Sophus Lie, giovane studente, seguì nel 1862
un corso di Sylow sui risultati di Abel e Galois.

Convinto di voler intraprendere la carriera accademica,
ma incerto sulla disciplina da scegliere per il suo futuro,
oscillò per vario tempo tra astronomia, botanica e zoologia

Solo nel 1866 fu definitivamente attratto dalla matematica,
in particolare dalle relazioni che legano
profondamente analisi, algebra e geometria



Sophus Lie, giovane studente, seguì nel 1862
un corso di Sylow sui risultati di Abel e Galois.

Convinto di voler intraprendere la carriera accademica,
ma incerto sulla disciplina da scegliere per il suo futuro,
oscillò per vario tempo tra astronomia, botanica e zoologia

Solo nel 1866 fu definitivamente attratto dalla matematica,
in particolare dalle relazioni che legano
profondamente analisi, algebra e geometria

Come egli stesso ebbe a dire
“solo allora scoprii che in me si celava un matematico”



A Lie si deve l'introduzione
dei *gruppi continui di trasformazioni*,
quelli che oggi chiamiamo *gruppi di Lie*,



A Lie si deve l'introduzione
dei *gruppi continui di trasformazioni*,
quelli che oggi chiamiamo *gruppi di Lie*,

cioè gruppi dotati di una struttura differenziale
compatibile con l'operazione,



A Lie si deve l'introduzione
dei *gruppi continui di trasformazioni*,
quelli che oggi chiamiamo *gruppi di Lie*,

cioè gruppi dotati di una struttura differenziale
compatibile con l'operazione,

ed anche l'utilizzo delle *algebre di Lie*
per lo studio della differenziabilità



Lie si proponeva di sviluppare
un analogo della teoria di Galois
per le equazioni differenziali alle derivate parziali



Lie si proponeva di sviluppare
un analogo della teoria di Galois
per le equazioni differenziali alle derivate parziali

Egli ebbe a dichiarare che
la teoria delle equazioni differenziali
è la più importante tra le discipline della matematica moderna



Lie ebbe importanti contatti con famosi matematici dell'epoca, tra cui Felix Klein e Camille Jordan che ebbero su di lui una forte influenza



Lie ebbe importanti contatti con famosi matematici dell'epoca, tra cui Felix Klein e Camille Jordan che ebbero su di lui una forte influenza

Jordan lo convinse dell'importanza della teoria dei gruppi per la geometria, cosa che non era riuscita a Sylow



Lie ebbe importanti contatti con famosi matematici dell'epoca, tra cui Felix Klein e Camille Jordan che ebbero su di lui una forte influenza

Jordan lo convinse dell'importanza della teoria dei gruppi per la geometria, cosa che non era riuscita a Sylow

La collaborazione con Klein e con Engel fu fondamentale per Lie, ed egli ottenne la cattedra a Leipzig, al ritiro di Klein



Sylow ottenne una cattedra universitaria
solo nel 1897, grazie all'intervento dell'ormai celebre Lie



Sylow ottenne una cattedra universitaria solo nel 1897, grazie all'intervento dell'ormai celebre Lie

Nel 1899, alla morte di Lie, Sylow pubblicò un articolo (in norvegese) sulla vita e l'opera del grande matematico

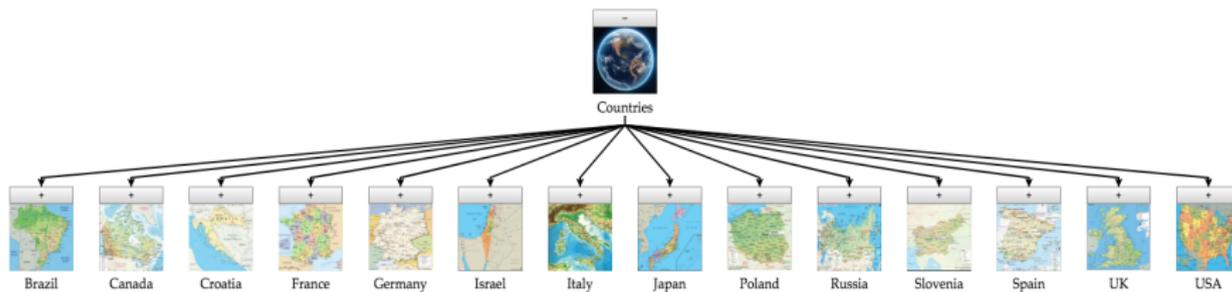


Sylow ottenne una cattedra universitaria solo nel 1897, grazie all'intervento dell'ormai celebre Lie

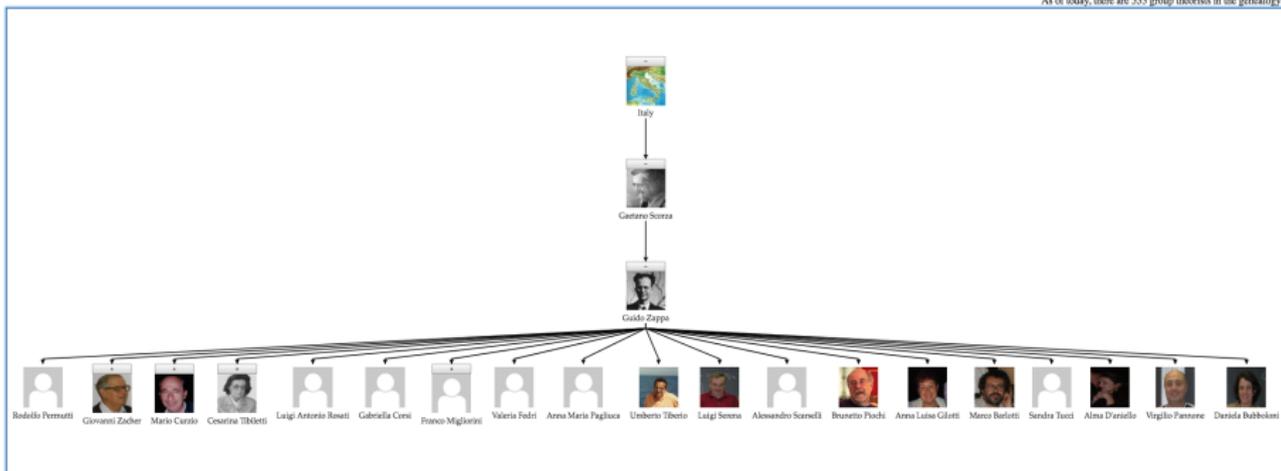
Nel 1899, alla morte di Lie, Sylow pubblicò un articolo (in norvegese) sulla vita e l'opera del grande matematico

“Egli è stato largamente riconosciuto come uno dei più grandi matematici del nostro tempo”



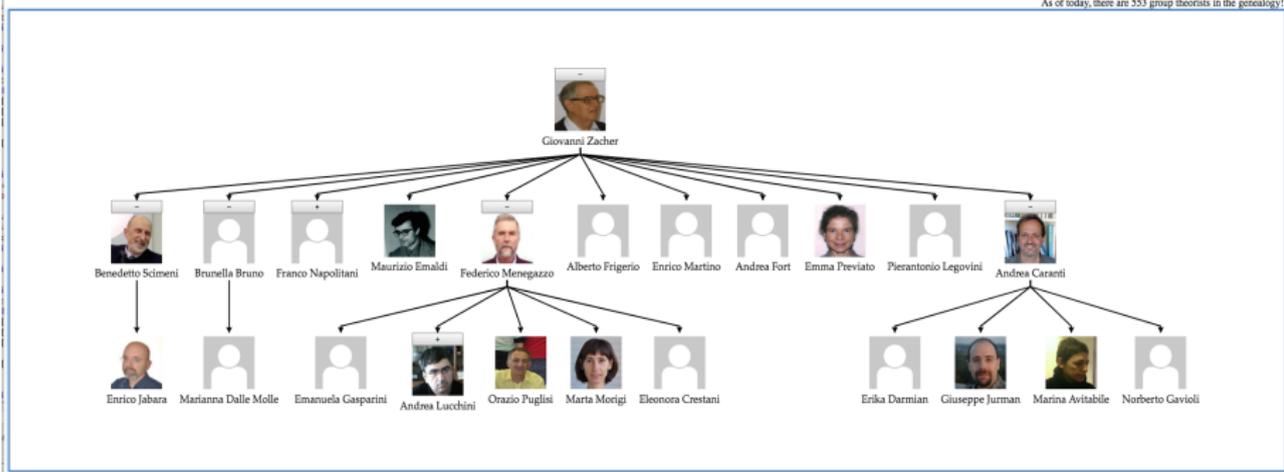


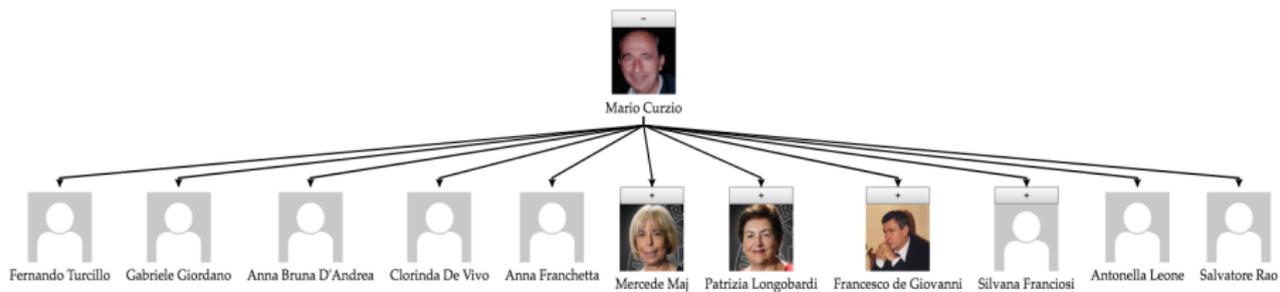
As of today, there are 553 group theorists in the genealogy!





As of today, there are 553 group theorists in the genealogy!





As of today, there are 553 group theorists in the genealogy!

