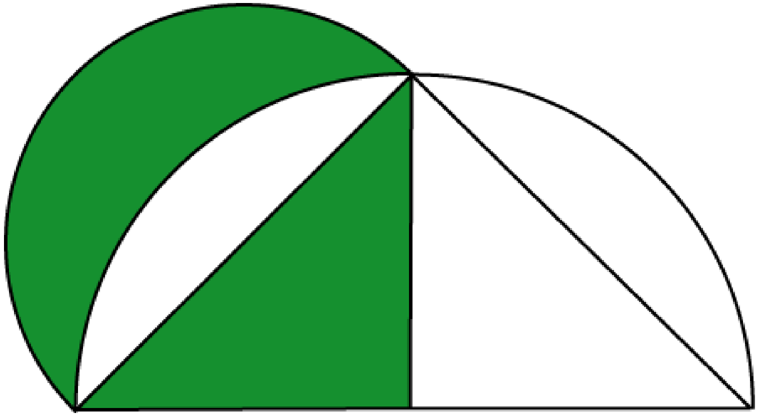
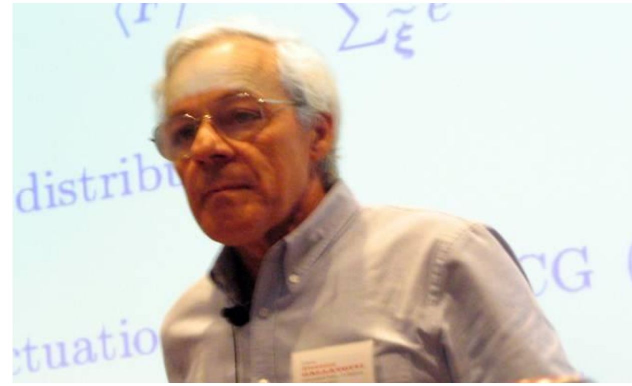
Università di Roma Tor Vergata



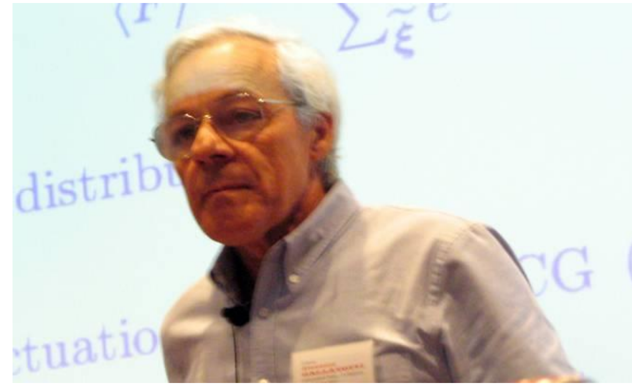
Il nuovo quadro di riferimento per la seconda prova scritta di matematica

Giovanni Gallavotti vincitore del premio Poincaré



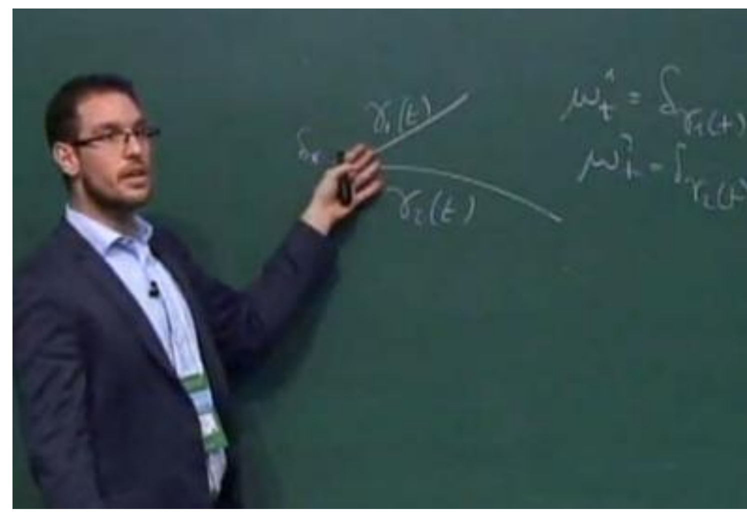
Quello che più mi è stato di aiuto non è stato per nulla lo studio, pur svolto da me in modo appassionato, delle discipline scientifiche, bensì quello del Latino, Greco, Filosofia. Mi è stato utile proprio lo studio di queste discipline intese come messa in opera e insegnamento del ragionamento astratto, avulso da immediate applicazioni, e che come tale fornisce gli strumenti essenziali per raggiungere qualsiasi conoscenza.

Giovanni Gallavotti vincitore del premio Poincaré



Quello che più mi è stato di aiuto non è stato per nulla lo studio, pur svolto da me in modo appassionato, delle discipline scientifiche, bensì quello del Latino, Greco, Filosofia. Mi è stato utile proprio lo studio di queste discipline intese come messa in opera e insegnamento del ragionamento astratto, avulso da immediate applicazioni, e che come tale fornisce gli strumenti essenziali per raggiungere qualsiasi conoscenza.

Alessio Figalli vincitore della medaglia Fields
Che si è formato nel Liceo Classico Vivona di Roma



Nel Liceo scientifico?

Nel Liceo scientifico?

Occorrerebbe

Una matematica più “umanista”
prodotta da studiosi reali con i loro dubbi e la loro creatività

Nel Liceo scientifico?

Occorrerebbe

Una matematica più “umanista”
prodotta da studiosi reali con i loro dubbi e la loro creatività

Apprendimento non meccanico ma critico

Nel Liceo scientifico?

Occorrerebbe

Una matematica più “umanista”
prodotta da studiosi reali con i loro dubbi e la loro creatività

Apprendimento non meccanico ma critico

Una matematica capace di collegarsi altre discipline
come la fisica, le scienze naturali e sociali, la filosofia e la storia

Nel Liceo scientifico?

Occorrerebbe

Una matematica più “umanista”
prodotta da studiosi reali con i loro dubbi e la loro creatività

Apprendimento non meccanico ma critico

Una matematica capace di collegarsi altre discipline
come la fisica, le scienze naturali e sociali, la filosofia e la storia

Una matematica che forma un pensiero colto
capace di manipolare coerentemente concetti astratti

Le Indicazioni Nazionali

IL gruppo di lavoro istituito dal Ministero per proporre un nuovo Quadro
di riferimento per la seconda prova scritta di Matematica per il Liceo scientifico
Ha preferito (come vedremo) togliere alcuni argomenti anziché aggiungerne altri.

Non abbiamo aggiunto, come pure alcuni auspicavano, la “matematica moderna”
Come ad esempio la teoria dei gruppi o elementi di algebra modulare.

Alcuni argomenti molto importanti presenti nelle Indicazioni Nazionali che
non compaiono nel Quadro non saranno oggetto di verifica scritta il che non
significa che non dovranno essere trattati nell’ambito della autonomia didattica
di ciascun insegnante.

Le Indicazioni Nazionali

IL gruppo di lavoro istituito dal Ministero per proporre un nuovo Quadro
di riferimento per la seconda prova scritta di Matematica per il Liceo scientifico
Ha preferito (come vedremo) togliere alcuni argomenti anziché aggiungerne altri.

Non abbiamo aggiunto, come pure alcuni auspicavano, la "matematica moderna"
Come ad esempio la teoria dei gruppi o elementi di algebra modulare.

Alcuni argomenti molto importanti presenti nelle Indicazioni Nazionali che
non compaiono nel Quadro non saranno oggetto di verifica scritta il che non
significa che non dovranno essere trattati nell'ambito della autonomia didattica
di ciascun insegnante.

Abbiano tolto:
Vettori e matrici (*dipendenza e indipendenza lineare, di prodotto scalare e vettoriale , algebra vettoriale e matriciale*)

Informatica (*concetto di algoritmo, concetto di funzione calcolabile e di calcolabilità*)

II Biennio
Equazioni differenziali (*concetto di equazione differenziale*)

Le novità più significative rispetto al precedente Quadro

1. Gli argomenti oggetto d'esame scritto non si riferiscono solo all'ultimo anno di studio ma all' intero percorso scolastico del Liceo Scientifico.

2. Il recupero della geometria euclidea e del metodo dimostrativo.

3. Il calcolo algebrico e differenziale non dovrebbe richiedere particolari abilità ma dovrebbe essere limitato a situazioni particolarmente semplici.

4. Abbiamo cercato di aprire una finestra sulla storia della matematica.

1. L’intero percorso scolastico

Fin dal primo anno inizia la preparazione all’esame di stato.

Questo presuppone anche una riorganizzazione della scansione temporale degli argomenti che saranno distribuiti sui 5 anni e ripresi più volte per successivi approfondimenti.

2. Geometria euclidea

Lo studio della geometria euclidea è stata per millenni la via di accesso al pensiero scientifico.
In essa convivono, rigore e intuizione, logica e immaginazione.
La pratica della dimostrazione geometrica fornisce una palestra fondamentale e insostituibile per allenare il pensiero al ragionamento rigoroso,

L'uso di software di geometria dinamica rendono possibile uno studio della geometria in forma interattiva e dialogata molto efficace.

3. Calcoli semplici

Non verranno proposti quesiti che richiedono particolari abilità di calcolo algebrico o differenziale.

Non sarà necessario conoscere i diversi “trucchi” per risolvere un determinato esercizio ma si dovrà puntare alla comprensione profonda del metodo di calcolo.

Questo eviterà sottoporre l’allievo a infiniti esercizi ripetitivi cha hanno per l’appunto lo scopo di insegnare dei metodi innaturali particolarmente “intelligenti” spesso utili solo in casi molto speciali.

4. Maggiore attenzione alla storia della matematica.

Dalle **Indicazioni Nazionali**

Lo studente saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale. Lo studente avrà acquisito una visione storico-critica dei rapporti tra le tematiche principali del pensiero matematico e il contesto filosofico, scientifico e tecnologico.

L' *articolazione di temi e di approcci costituirà la base per istituire collegamenti e confronti concettuali e di metodo con altre discipline come la fisica, le scienze naturali e sociali, la filosofia e la storia...*

Lo studente acquisirà i principali concetti del calcolo infinitesimale – in particolare la continuità, la derivabilità e l'integrabilità – anche in relazione con le problematiche in cui sono nati (velocità istantanea in meccanica, tangente di una curva, calcolo di aree e volumi)

4. Maggiore attenzione alla storia della matematica.

Un primo passo per dare maggiore concretezza a queste belle intenzioni potrebbe consistere nel proporre in classe delle letture commentate di classici della matematica: in primis gli Elementi di Euclide ma non solo.

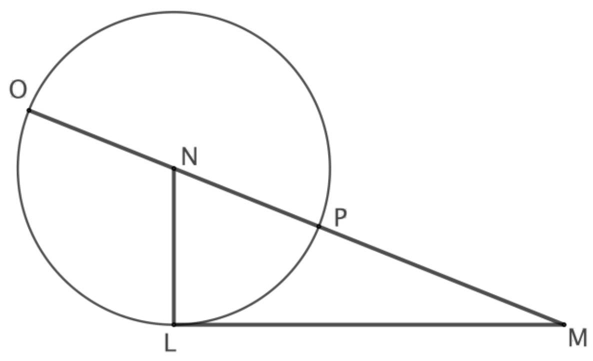
Alcuni quesiti dell'esame scritto potrebbero riferirsi a argomenti storici senza richiedere una particolare formazione degli insegnanti in questo settore, preparazione che oggi manca e che auspichiamo possa essere, in un non lontano futuro, parte integrante della cultura dei futuri insegnanti.

Ecco alcuni esempi.

Il metodo di Cartesio per risolvere geometricamente una equazione di II grado

Descartes, La geometria, Libro I (traduzione a cura di E. Lojacono, ed UTET)

Se ho $z^2 = az + bb$



costruisco il triangolo rettangolo NLM, il cui lato LM è uguale a ***b****, radice quadrata della quantità nota* ***bb****, e l'altro lato, LN, è uguale alla metà dell'altra quantità nota, che è a/2, moltiplicata per* ***z****, da me supposta come la linea incognita. Poi prolungando MN, base di questo triangolo, fino ad O, in modo che NO sia uguale a NL, tutta la linea OM è la linea richiesta, cioè* ***z****, che si esprime in questo modo:*

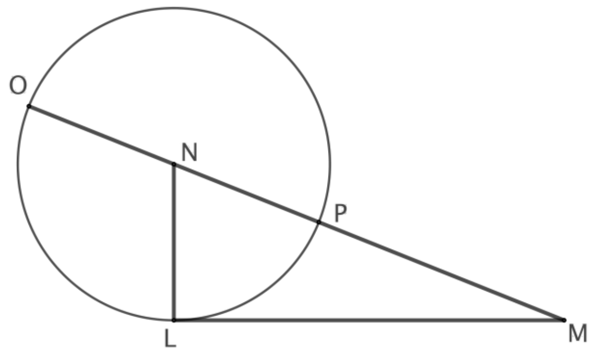
$$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$$

Il metodo di Cartesio per risolvere geometricamente una equazione di II grado

Descartes, La geometria, Libro I (traduzione a cura di E. Lojacono, ed UTET)

QUESITO
Lo studente, utilizzando il teorema "della corda e della secante" verifichi la validità del metodo di Cartesio.

Se ho $z^2 = az + bb$



costruisco il triangolo rettangolo NLM, il cui lato LM è uguale a ***b****, radice quadrata della quantità nota* ***bb****, e l'altro lato, LN, è uguale alla metà dell'altra quantità nota, che è a/2, moltiplicata per* ***z****, da me supposta come la linea incognita. Poi prolungando MN, base di questo triangolo, fino ad O, in modo che NO sia uguale a NL, tutta la linea OM è la linea richiesta, cioè* ***z****, che si esprime in questo modo:*

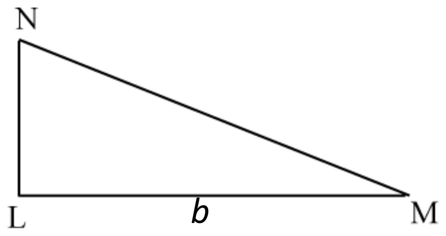
$$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$$

Il metodo di Cartesio per risolvere geometricamente una equazione di II grado

Descartes, La geometria, Libro I (traduzione a cura di E. Lojacono, ed UTET)

QUESITO
Lo studente, utilizzando il teorema "della corda e della secante" e verifichi la validità del metodo di Cartesio.

Se ho $z^2 = az + bb$ *costruisco il triangolo rettangolo NLM, il cui lato LM è uguale a* ***b****, radice quadrata della quantità nota* ***bb****,*



Osserviamo che il prodotto dei numeri *a* per *b* è scritto (come ora) *ab* e il quadrato a^2 come *aa*. Il termine noto c dell'equazione $z^2 = az+c$ è scritto come $c = \sqrt{c}\sqrt{c}$ dunque $b = \sqrt{c}$

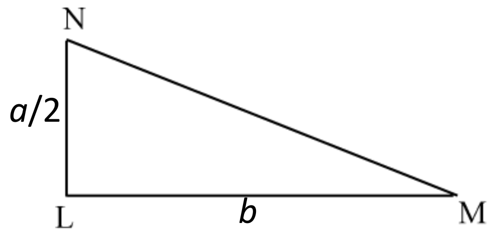
Il metodo di Cartesio per risolvere geometricamente una equazione di II grado

Descartes, La geometria, Libro I (traduzione a cura di E. Lojacono, ed UTET)

QUESITO
Lo studente, utilizzando il teorema "della corda e della secante" e verifichi la validità del metodo di Cartesio.

Se ho $z^2 = az + bb$

costruisco il triangolo rettangolo NLM, il cui lato LM è uguale a ***b****, radice quadrata della quantità nota* ***bb****, e l'altro lato, LN, è uguale alla metà dell'altra quantità nota, che è* ***a****/2, moltiplicata per* ***z****, da me supposta come la linea incognita.*



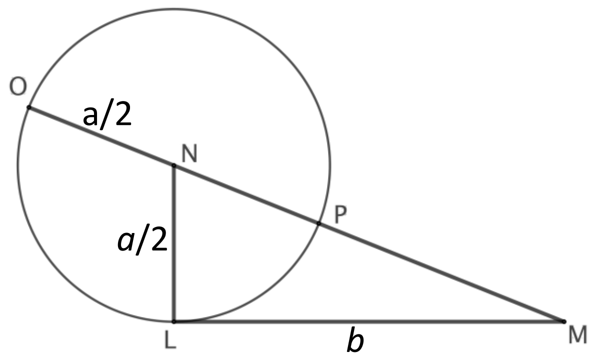
Osserviamo che il prodotto dei numeri *a* per *b* è scritto (come ora) *ab* e il quadrato a^2 come *aa*. Il termine noto c dell'equazione $z^2 = az + c$ è scritto come $c = \sqrt{c}\sqrt{c}$ dunque $b = \sqrt{c}$

Il metodo di Cartesio per risolvere geometricamente una equazione di II grado

Descartes, La geometria, Libro I (traduzione a cura di E. Lojacono, ed UTET)

QUESITO
Lo studente, utilizzando il teorema "della corda e della secante" e verifichi la validità del metodo di Cartesio.

Se ho $z^2 = az + bb$



costruisco il triangolo rettangolo NLM, il cui lato LM è uguale a ***b****, radice quadrata della quantità nota* ***bb****, e l'altro lato, LN, è uguale alla metà dell'altra quantità nota, che è* ***a****/2, moltiplicata per* ***z****, da me supposta come la linea incognita. Poi prolungando MN, base di questo triangolo, fino ad O, in modo che NO sia uguale a NL, tutta la linea OM è la linea richiesta, cioè* ***z****,*

OM =z

Osserviamo che il prodotto dei numeri *a* per *b* è scritto (come ora) *ab* e il quadrato a^2 come *aa*. Il termine noto c dell'equazione $z^2 = az + c$ è scritto come $c = \sqrt{c}\sqrt{c}$ dunque $b = \sqrt{c}$

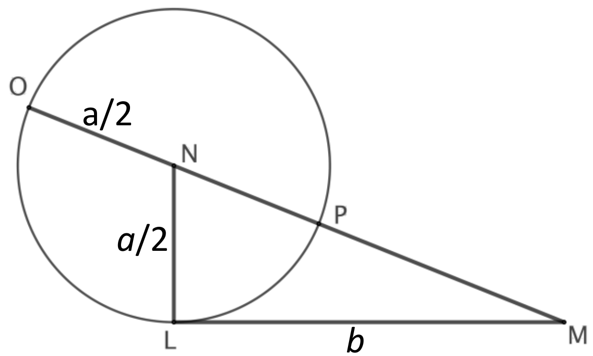
OM x MP=MLx ML (teorema della secante), ma MP=OM-OP quindi z(z-a)=bb

Il metodo di Cartesio per risolvere geometricamente una equazione di II grado

Descartes, La geometria, Libro I (traduzione a cura di E. Lojacono, ed UTET)

QUESITO
Lo studente, utilizzando il teorema "della corda e della secante" e verifichi la validità del metodo di Cartesio.

Se ho $z^2 = az + bb$



OM =z

costruisco il triangolo rettangolo NLM, il cui lato LM è uguale a ***b****, radice quadrata della quantità nota* ***bb****, e l'altro lato, LN, è uguale alla metà dell'altra quantità nota, che è* ***a****/2, moltiplicata per* ***z****, da me supposta come la linea incognita. Poi prolungando MN, base di questo triangolo, fino ad O, in modo che NO sia uguale a NL, tutta la linea OM è la linea richiesta, cioè* ***z****, che si esprime in questo modo:*

$$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$$

Osserviamo che il prodotto dei numeri *a* per *b* è scritto (come ora) *ab* e il quadrato a^2 come *aa*. Il termine noto c dell'equazione $z^2 = az + c$ è scritto come $c = \sqrt{c}\sqrt{c}$ dunque $b = \sqrt{c}$

OM x MP=MLx ML (teorema della secante), ma MP=OM-OP quindi z(z-a)=bb

OM=ON+NM, $NM^2 = LN^2 + LM^2$ (teorema di Pitagora)

Il metodo di Cartesio per risolvere geometricamente una equazione di II grado

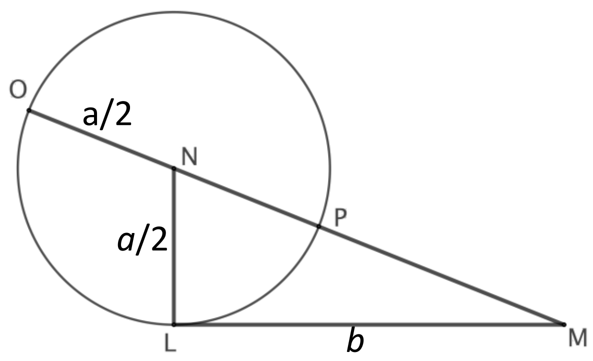
Descartes, La geometria, Libro I (traduzione a cura di E. Lojacono, ed UTET)

Continua il QUESITO precedente:

Come si potrebbe trovare con
lo stesso metodo geometrico
la soluzione dell'equazione
$z^2 + az = bb \quad (a>0)$?

Il metodo di Cartesio per risolvere geometricamente una equazione di II grado

Descartes, La geometria, Libro I (traduzione a cura di E. Lojacono, ed UTET)



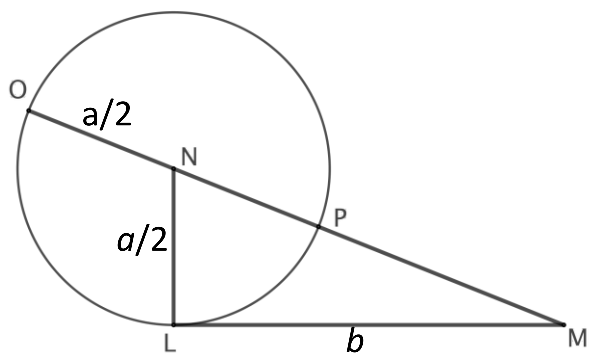
Continua il QUESITO precedente:

Come si potrebbe trovare con
lo stesso metodo geometrico
la soluzione dell'equazione
$z^2 + az = bb \quad (a>0)$?

Per il teorema della tangente OMxPM = LM^2

Il metodo di Cartesio per risolvere geometricamente una equazione di II grado

Descartes, La geometria, Libro I (traduzione a cura di E. Lojacono, ed UTET)



Continua il QUESITO precedente:

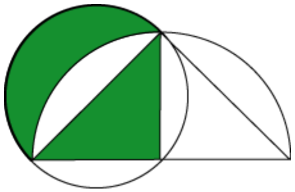
Come si potrebbe trovare con
lo stesso metodo geometrico
la soluzione dell'equazione
$z^2 + az = bb \quad (a>0)$?

Per il teorema della tangente OMxPM = LM^2

Quindi se poniamo z=PM abbiamo
(z+a)z=bb

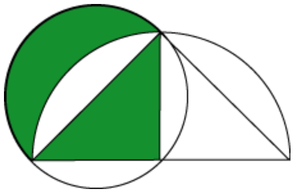
La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.

La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.

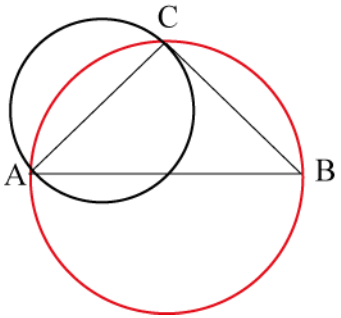


La sua geometria

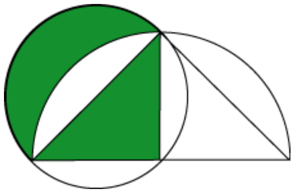
La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.



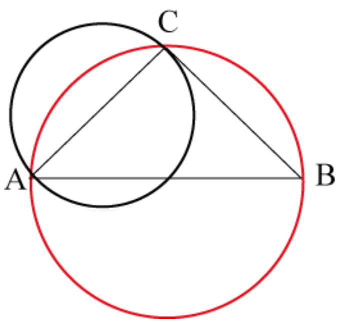
La sua geometria

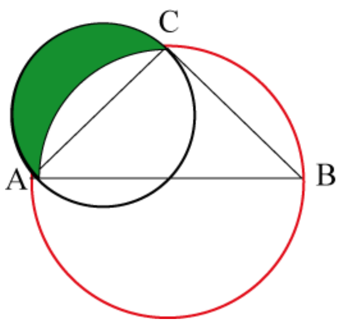


La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.

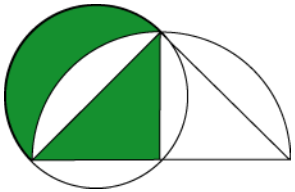


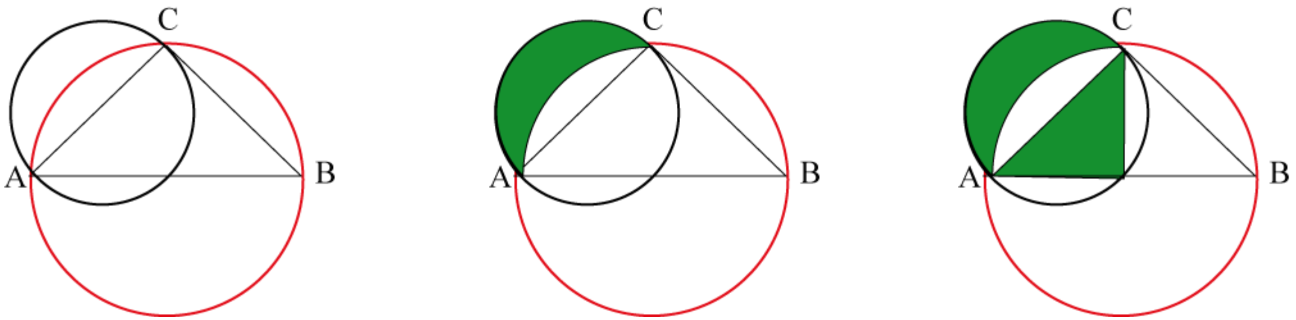
La sua geometria





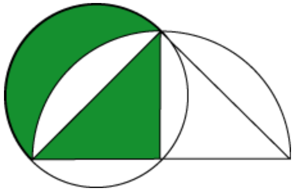
La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.

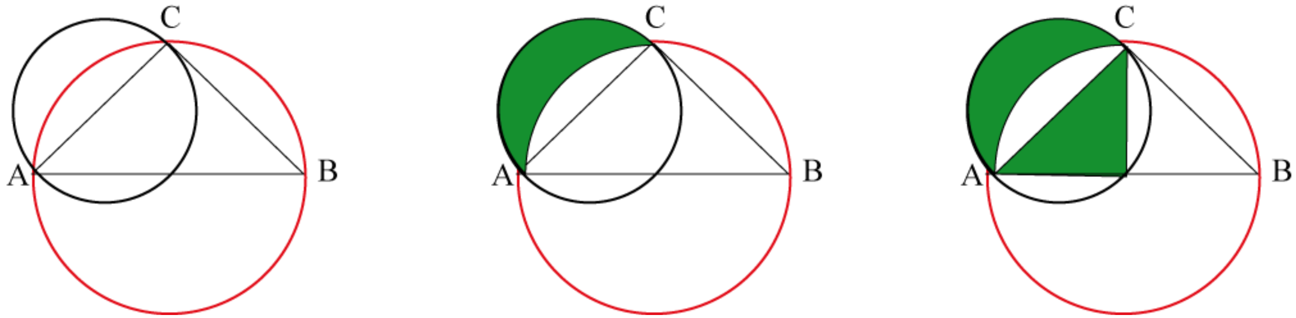




QUESITO (I parte)
Le due aree verdi
Sono uguali

La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.

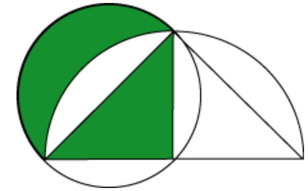


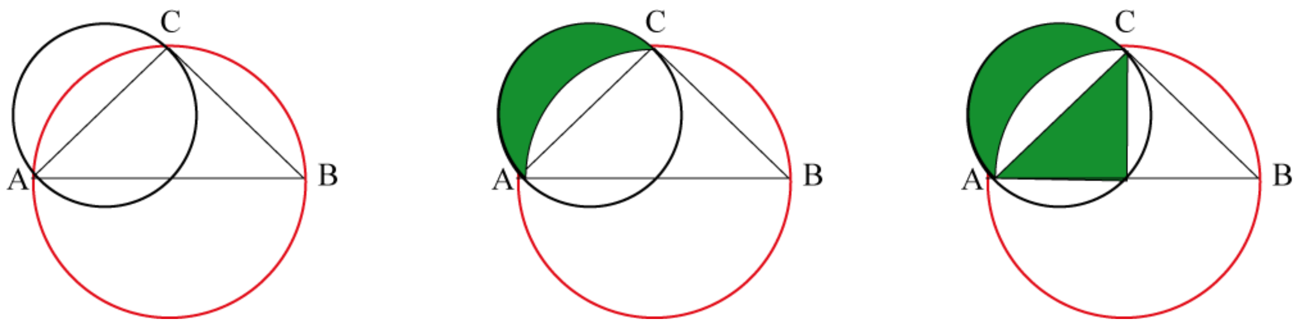


QUESITO (I parte)
Le due aree verdi
Sono uguali

Due cerchi stanno tra loro come i quadrati dei loro diametri (Euclide, Elementi XII,2)

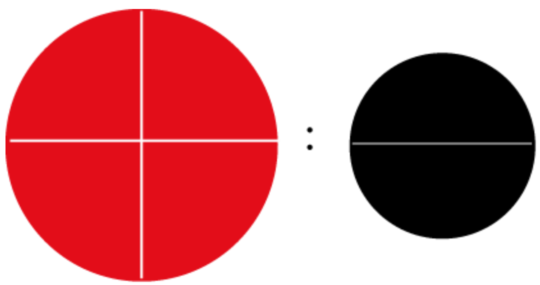
La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.





QUESITO (I parte)
Le due aree verdi
Sono uguali

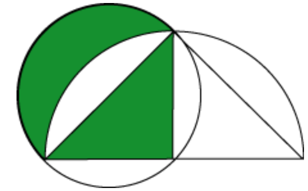
Due cerchi stanno tra loro come i quadrati dei loro diametri (Euclide, Elementi XII,2)

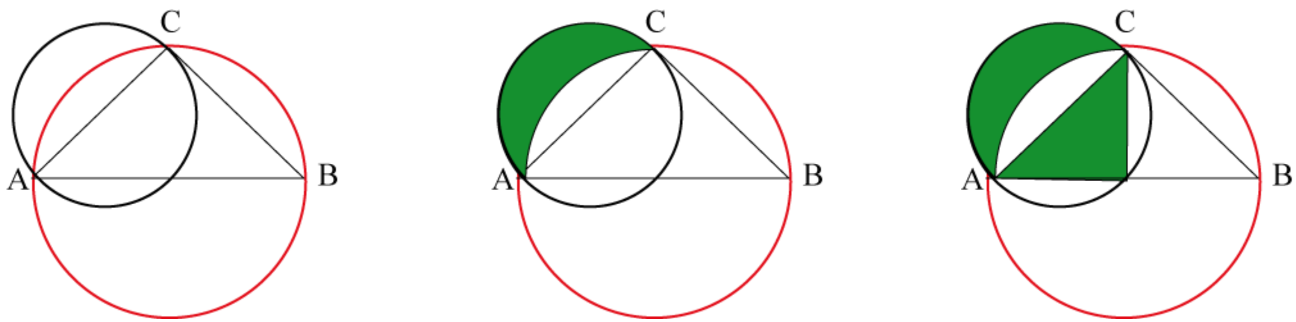


$$= AB^2 : AC^2 = 2:1$$

AB è la diagonale
del quadrato di lato AC

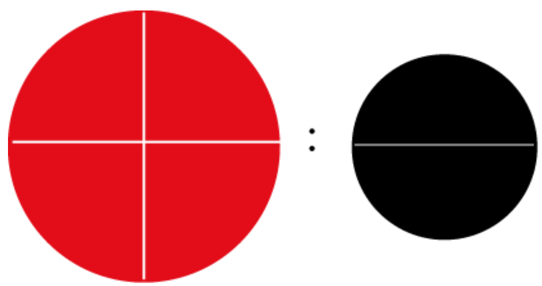
La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.





QUESITO (I parte)
Le due aree verdi
Sono uguali

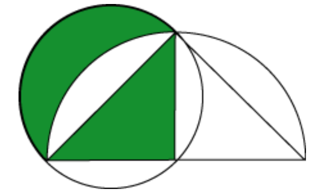
Due cerchi stanno tra loro come i quadrati dei loro diametri (Euclide, Elementi XII,2)

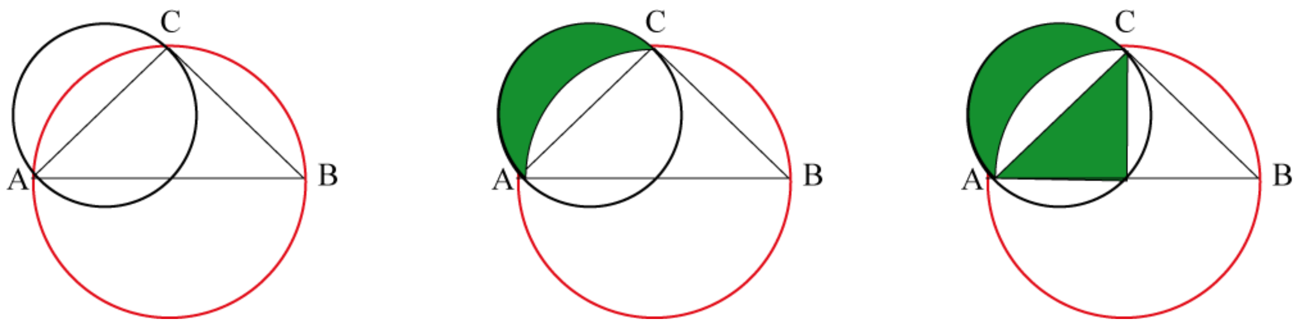


$$= AB^2 : AC^2 = 2:1$$

AB è la diagonale
del quadrato di lato AC

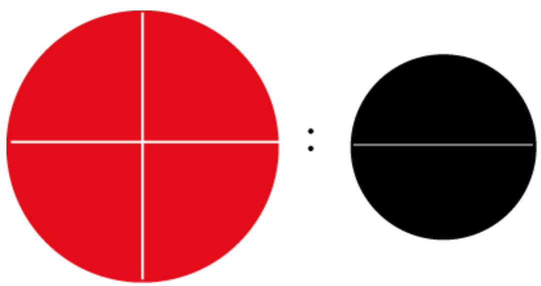
La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.





QUESITO (I parte)
Le due aree verdi
Sono uguali

Due cerchi stanno tra loro come i quadrati dei loro diametri (Euclide, Elementi XII,2)

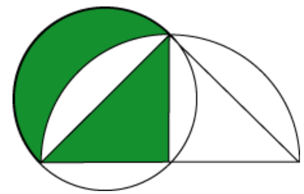


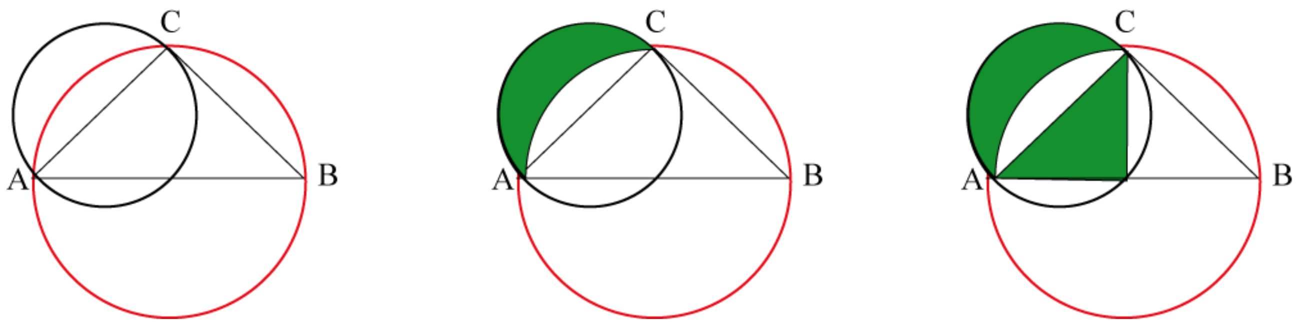
$= AB^2 : AC^2 = 2:1$

AB è la diagonale
del quadrato di lato AC

Se uguali sono sottratti da eguali,
i restanti sono uguali (Euclide Elementi I, Noz. com. 3)

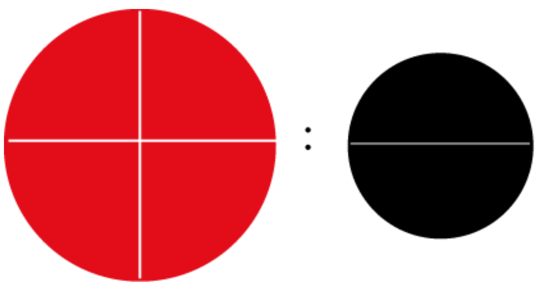
La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.





QUESITO (I parte)
Le due aree verdi
Sono uguali

Due cerchi stanno tra loro come i quadrati dei loro diametri (Euclide, Elementi XII,2)

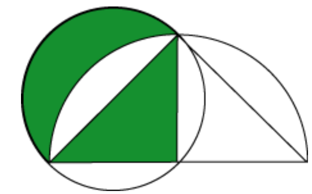


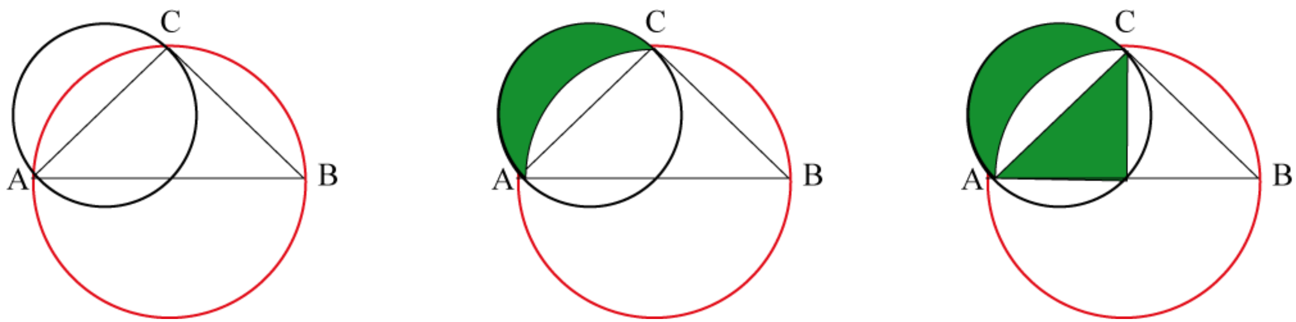
$$: \quad = AB^2 : AC^2 = 2:1$$

AB è la diagonale
del quadrato di lato AC

Se uguali sono sottratti da eguali,
i restanti sono uguali (Euclide Elementi I, Noz. com. 3)

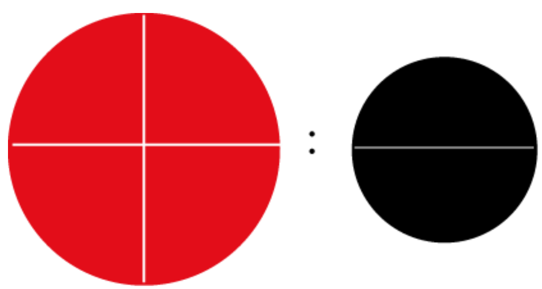
La prima quadratura di una figura col perimetro curvilineo: la **lunula** di **Ippocrate**.





QUESITO (I parte)
Le due aree verdi
Sono uguali

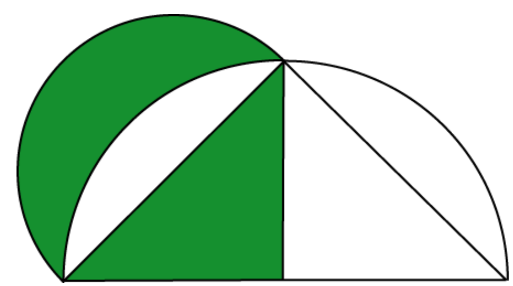
Due cerchi stanno tra loro come i quadrati dei loro diametri (Euclide, Elementi XII,2)



$$= AB^2 : AC^2 = 2:1$$

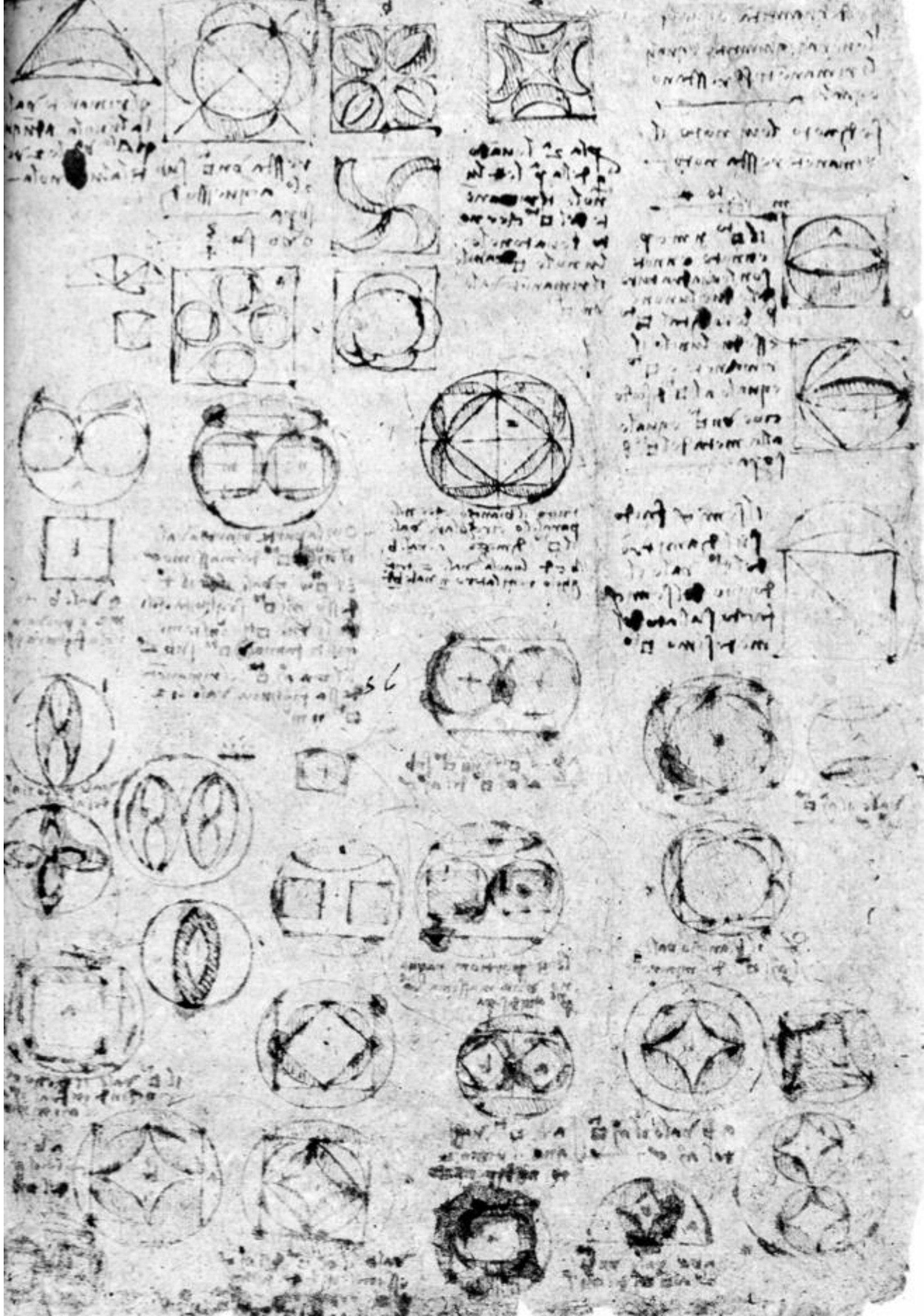
AB è la diagonale
del quadrato di lato AC

Se uguali sono sottratti da eguali,
i restanti sono uguali (Euclide Elementi I, Noz. com. 3)



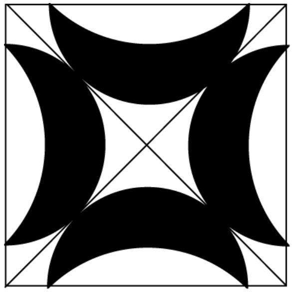
Il logo della Mathesis

Le lunule in
Leonardo da Vinci

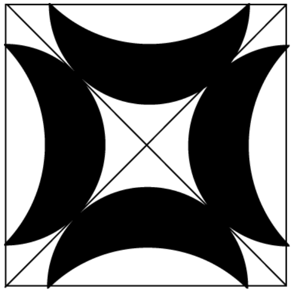


Codice Atlantico 296 r.

Le lunule in
Leonardo da Vinci

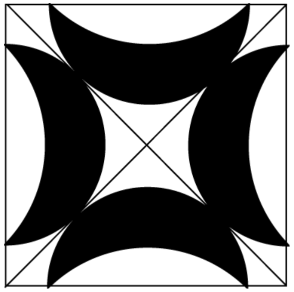


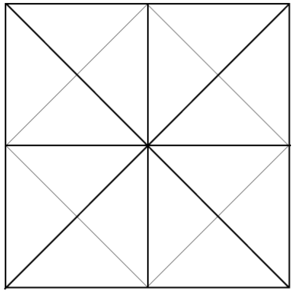
Le lunule in **Leonardo da Vinci**



QUESITO (II parte)
L'area nera e l'area bianca sono uguali

Le lunule in **Leonardo da Vinci**

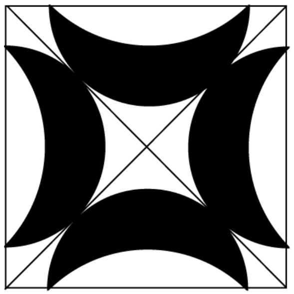


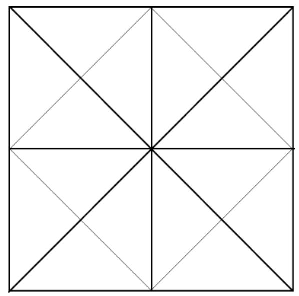


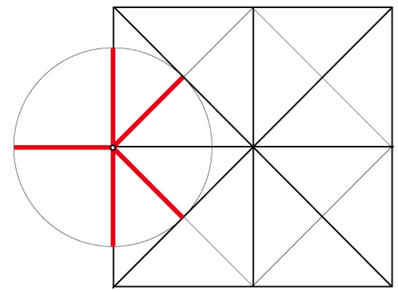
QUESITO (II parte)

L'area nera e l'area bianca sono uguali

Le lunule in
Leonardo da Vinci



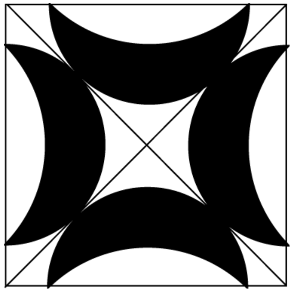


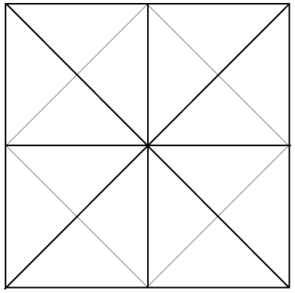


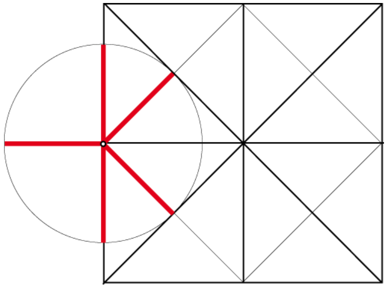
QUESITO (II parte)

L'area nera e l'area bianca sono uguali

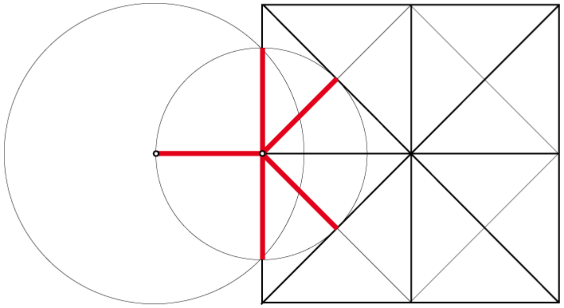
Le lunule in
Leonardo da Vinci



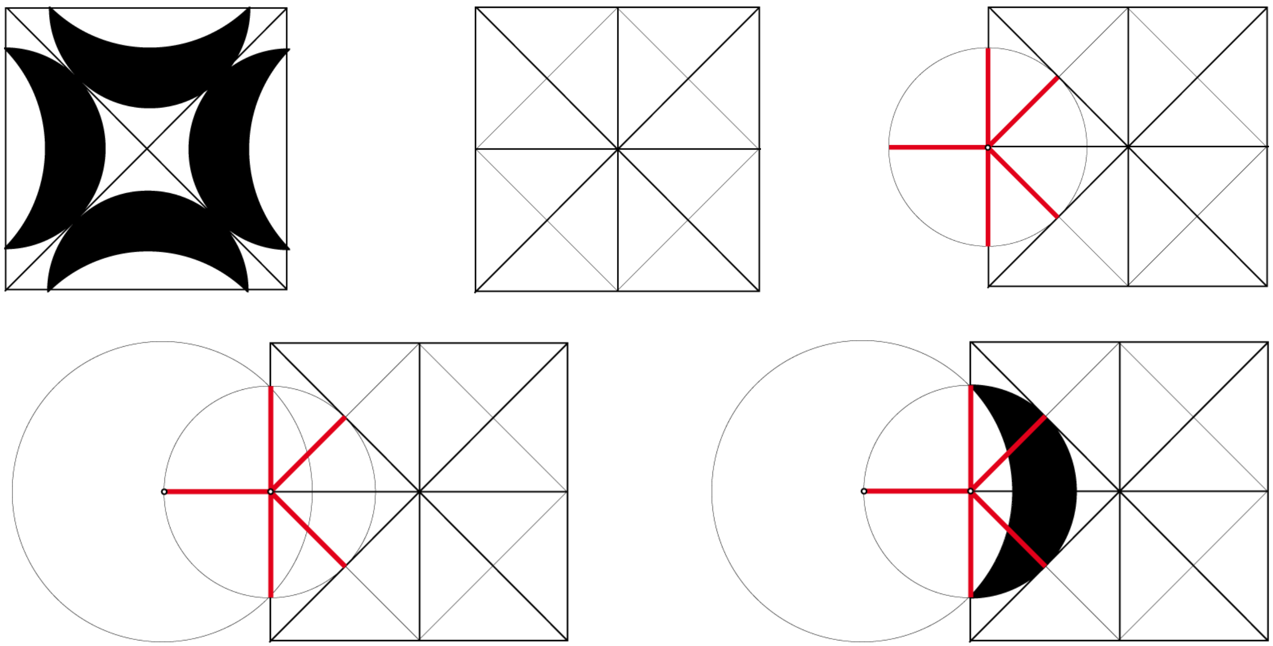




QUESITO (II parte)
L'area nera e l'area bianca sono uguali



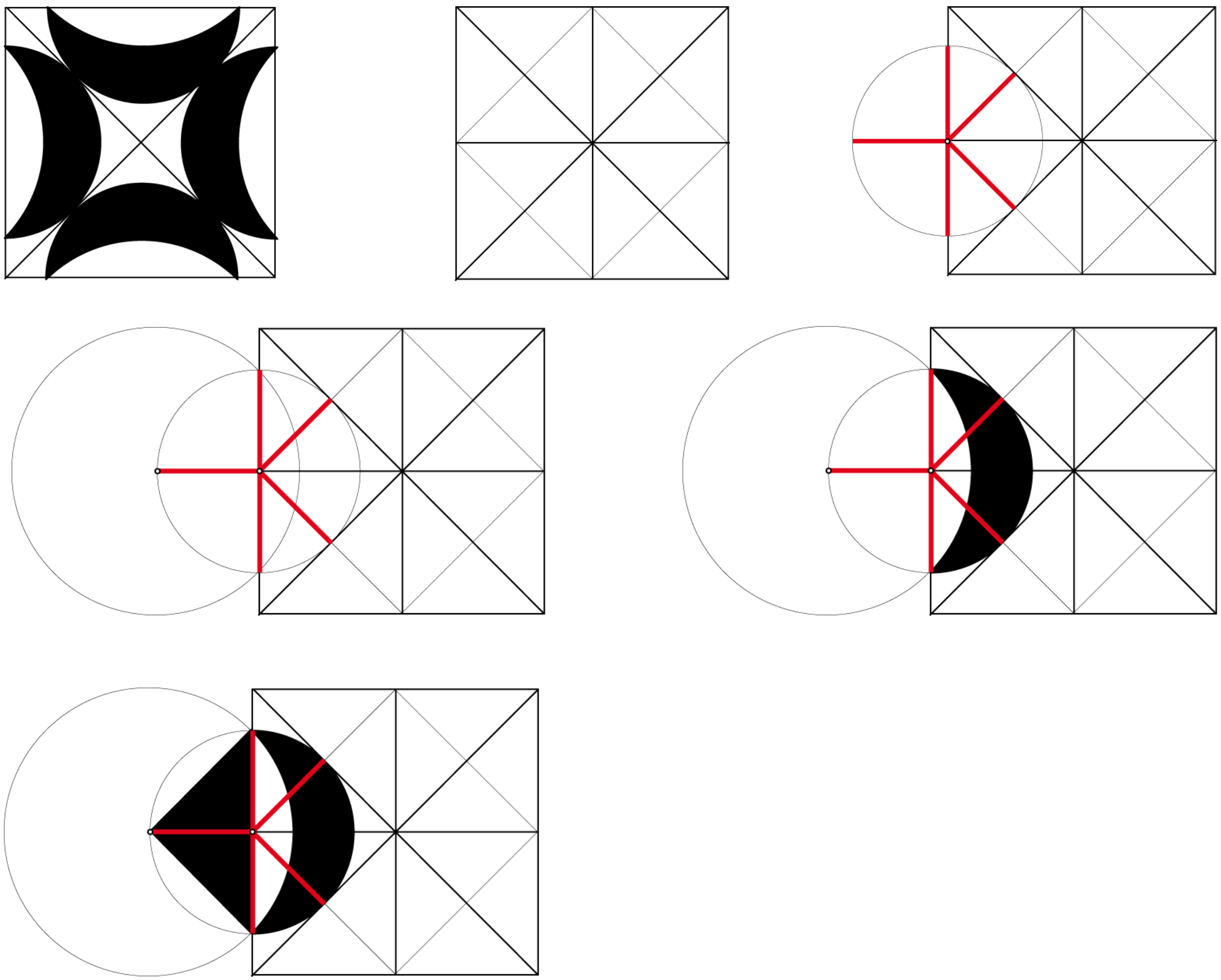
Le lunule in
Leonardo da Vinci



QUESITO (II parte)

L'area nera e l'area bianca sono uguali

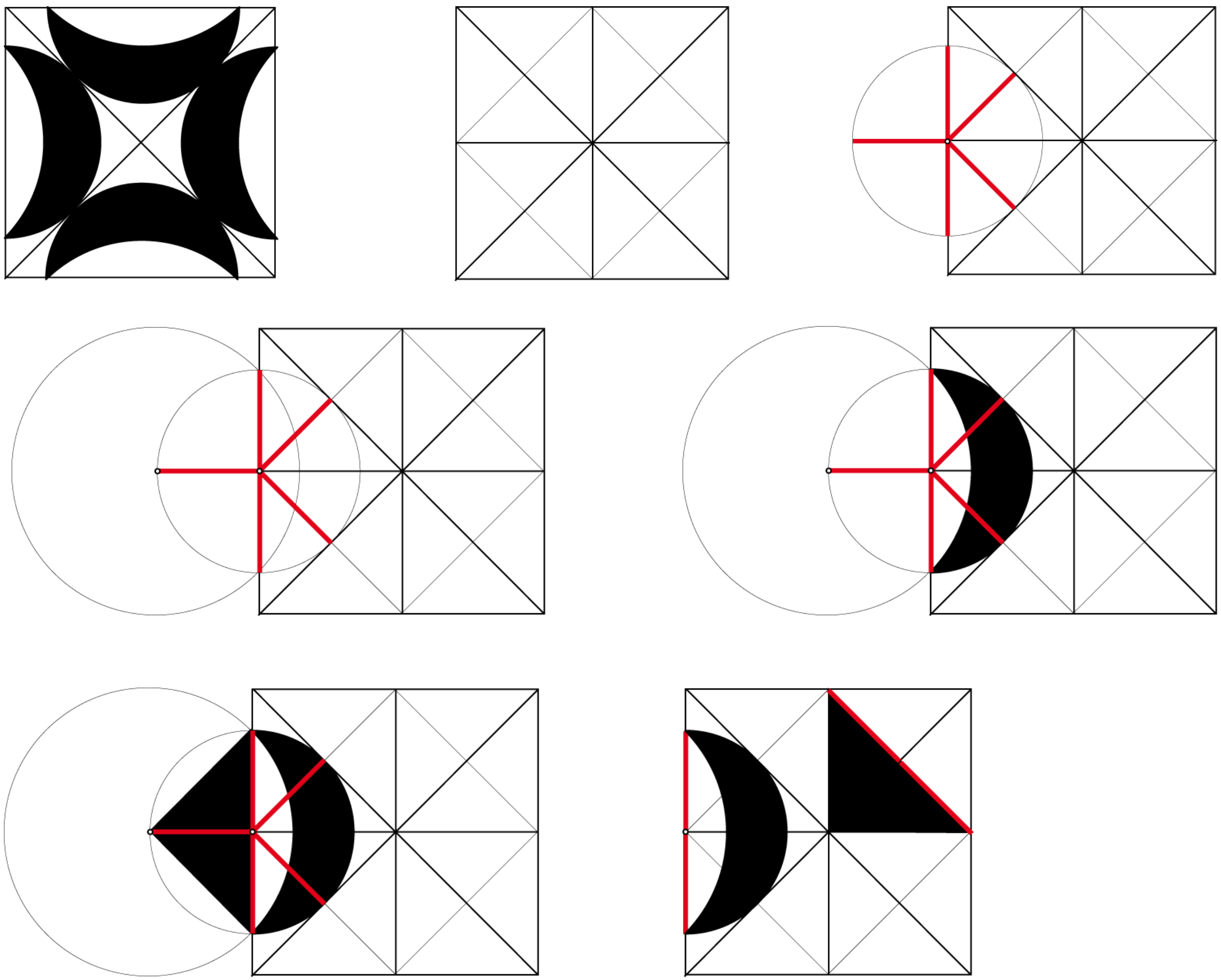
Le lunule in
Leonardo da Vinci



QUESITO (II parte)

L’area nera e l’area bianca sono uguali

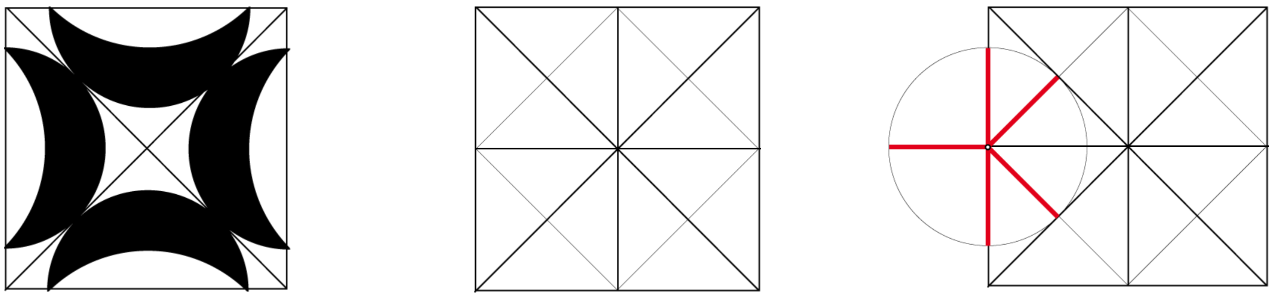
Le lunule in **Leonardo da Vinci**



QUESITO (II parte)
L'area nera e l'area bianca sono uguali

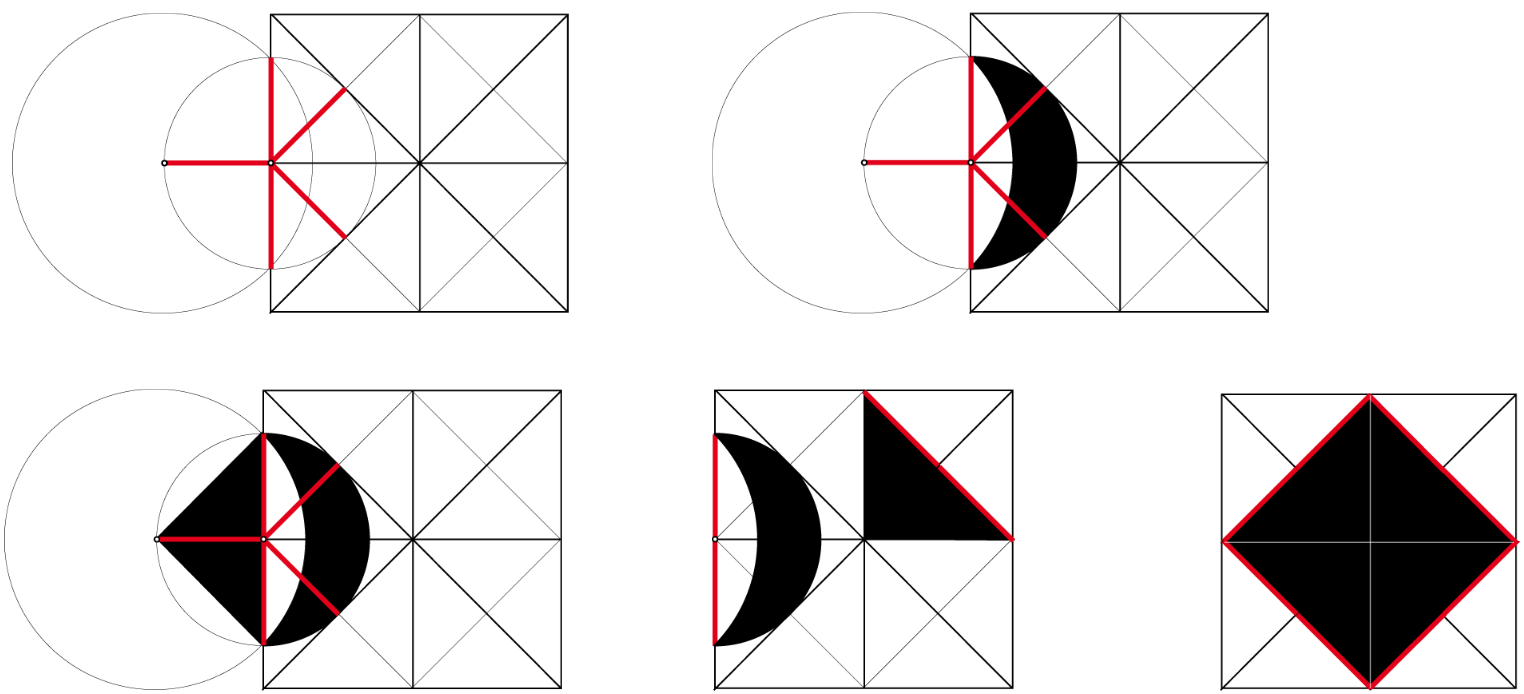
Le lunule in

Leonardo da Vinci



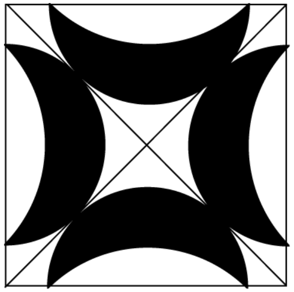
QUESITO (II parte)

L'area nera e l'area bianca sono uguali



Le lunule in

Leonardo da Vinci



QUESITO (II parte)

L'area nera e l'area bianca sono uguali

Nelle due figure le due
Aree nere sono uguali!