**Eugenio Calabi, ci parla con semplicità di grandi complessità**

Poco si riflette sulla capacità delle discipline di comunicare a un non addetto ai lavori l’ambito del proprio studio e le proprie sistemazioni. In particolare, poco si riflette sulla difficile comunicabilità dei risultati e degli interrogativi delle discipline scientifiche. Anche persone di buona cultura e di attenzione a campi di interesse diversi da quelli di cui quotidianamente si occupano hanno spesso difficoltà nel comprendere, seppure in linee generali, i risultati di un’indagine scientifica di settore, anche se resa in termini più divulgativi attraverso un articolo di giornale. Le discipline scientifiche, i loro successi, le loro difficoltà, le congetture irrisolte restano spesso nella comprensione solo di chi con esse quotidianamente si misura.

La matematica è regina di questa a volte altezzosa non comunicazione all’esterno. Non saprei dire se la difficoltà di lettura delle sue ricerche è frutto dell’accentuazione dello specialismo che ha investito ogni disciplina scientifica nel suo forte sviluppo novecentesco e che in modo particolare ha connotato la settorializzazione della matematica, o se è anche l’indiretto risultato di una particolare difficoltà a leggere il proprio ambito logico-formale non come patrimonio di pochi, ma come sapere accessibile a tutti. Certo è che una disciplina, quantunque fortemente specializzata quale è la matematica, deve trovare una modalità di comunicazione con i non specialisti affinché possa costituire un sapere utile alla comprensione del presente: finalità ultima della conoscenza. Da qui l’apprezzamento che meritano coloro che nel rigore della propria ricerca non tralasciano l’attenzione a far comprendere i propri dubbi e i propri risultati.

Questa riflessione mi è tornata alla mente nel ricordo delle parole del mio Maestro, Lucio Lombardo Radice che ammoniva sempre che ogni sistemazione formale, astratta, debba tenere in sé il segno della propria multi-concretezza: si parte da più situazioni concrete per leggere in esse gli aspetti strutturanti che permettono di esprimerle collettivamente in modo formalizzato, che prescinde cioè da ciascuna di esse; ma tale formalizzazione è valida nella misura in cui permette di riferirsi a un maggior numero di altre situazioni concrete. Altrimenti l’astrazione rischia di tramutarsi in astrusità.

Ma, mi è venuta in mente anche osservando il video di una lezione di un matematico raffinato che discorreva con una mano in tasca, semplicemente, con studenti spiegando in termini accessibili e vivi le sottigliezze del proprio ambito d’indagine matematica: le varietà compatte complesse lisce. È il video di una conferenza di Eugenio Calabi, professore emerito di matematica all’Università di Pennsylvania, che egli stesso definisce “completely extemporaneous speech”. Il video è del 2013, e la conferenza era per i suoi novant’anni, poiché Calabi è nato a Milano nel 1923. Fratello di Tullia Calabi Zevi, eminente figura della intellettualità italiana e, in particolare, della comunità ebraica, si ritrovò con i suoi in Svizzera, in vacanza, quando nel settembre 1938 vennero annunciate da Benito Mussolini le leggi razziali in Italia. La famiglia passò in Francia e quando la guerra iniziava a far sentire il proprio rombare, si trasferì negli Stati Uniti.

Eugenio Calabi non rientrò in Italia; proseguì gli studi al Massachusetts Institute of Technology (MIT) dove si laureò per poi conseguire il dottorato all’Università di Princeton, dove tornò come professore nel 1967, succedendo a Hans Adolph Rademacher, dopo un’esperienza didattica all’Università di Minnesota e un periodo di ricerca all’Institute for Advanced Study sempre a Princeton.

Essendo tuttora vivente, non c’è una voce biografica nell’immane opera *Dizionario biografico degli Italiani* realizzata dall’Istituto dell’Enciclopedia italiana Treccani che pure di lui tratta in diverse voci di opere specifiche, in particolare *Enciclopedia della fisica*, *Enciclopedia della scienza* e soprattutto *Enciclopedia del Novecento*. Questa presenza in ambito fisico, accanto alla voce specifica più breve nella *Enciclopedia della matematica* è indicativo del campo ‘di confine’ della sua ricerca: nasce in ambito matematico-geometrico e fornisce un significativo contributo di sviluppo nel rapporto con la fisica, in particolare nella teoria delle stringhe, coniugando meccanica quantistica e relatività generale.

Al nome di Calabi si lega, infatti, una particolare varietà topologica differenziabile a variabile complessa con importanti applicazioni in fisica teorica e proprio in teoria delle stringhe: la *varietà di Calabi-Yau* (detta anche *Spazio di Calabi-Yau*). Accanto al nome di Calabi, quello di Shing-Tung Yau, di più di venti anni più giovane di lui, che sarà insignito della Medaglia Fields nel 1982, per aver dimostrato proprio una congettura proposta da Calabi sin dal 1964 su tale particolare varietà.

Come è noto, *varietà* è una nozione che generalizza quelle di curva e superficie della geometria analitica: intuitivamente, è uno spazio a più dimensioni che localmente, attorno a ogni suo punto, presenta una struttura simile a quella di uno spazio euclideo. A seconda degli strumenti che si usano, si hanno raffinamenti di tale concetto in varietà differenziabili e poi in varietà complesse, essendo queste dotate di un cosiddetto *atlante* (un insieme di carte locali di uno spazio la cui unione dà lo spazio stesso) di carte locali (U, ϕ) dove ϕ è un omeomorfismo di U con un aperto di **C***n* (insieme di *n*-ple di numeri complessi) tale che i cambiamenti di coordinate sono funzioni olomorfe. Questo è il contesto in cui si colloca la *congettura di Calabi*.

La congettura consiste nel supporre che nel caso di una dimensione complessa se una forma ha curvatura media nulla è possibile trovare una geometria per la quale la curvatura è zero ovunque. In particolare sostiene che se la curvatura di Ricci (particolare misura della curvatura di una varietà) è mediamente zero, allora esiste una metrica con proprietà particolari e curvatura di Ricci uguale a zero ovunque.

Il problema di dimostrare la congettura riporta allora al dimostrare l’esistenza di una metrica di questo tipo e ciò porta a risolvere equazioni differenziali alle derivate parziali non lineari: le equazioni di Monge-Ampère.

Calabi fa un esempio – riportato da Giordano Calò in *Sulla teoria delle stringhe e l’applicazione in fisica*: «*V*oglio mettere un foglio di plastica teso sul bordo di un cerchio indeformabile e stirare o restringere la superficie di questo foglio. Se sottoposto a stiramento il foglio al centro avrà una protuberanza verso l’alto, con curvatura positiva: questa è una soluzione di forma *ellittica* dell’equazione di Monge-Ampère. Se invece il foglio è soggetto a compressione, al centro il foglio formerà una sella e avrò una soluzione*iperbolica*. Se la curvatura è zero ovunque, la soluzione sarà *parabolica*. Stessa equazione di Monge-Ampère, tecniche di risoluzione diverse. delle tre, la soluzione ellittica è la più facile da analizzare, l’iperbolica presenta molte singolarità, mentre la parabolica è a metà strada tra le due. Ciò significa che un’equazione parabolica avrà delle singolarità ma sarà facile spianarle».

Le equazioni di Calabi sono del tipo ellittico. Il matematico Yau si occupò allora della risoluzione di equazioni di Monge-Ampère pluridimensionali e non lineari e trovò la strada con un metodo iterativo di approssimazioni successive e con particolari, non banali, accorgimenti nel connotare il processo iterativo. Un procedimento non semplice al punto tale che viene riportato che quando Calabi vide la dimostrazione, disse che per verificarla ci sarebbe voluto un mese buono.

La conseguenza della conferma della congettura è particolarmente rilevante in fisica: tralasciando qui alcune connessioni non semplici, possiamo dire che essa conferma l’esistenza di un tipo di varietà (le *varietà di Calabi-*Yau, appunto) che soddisfa l’equazione di Einstein in assenza di materia. Formalmente questa particolare varietà pone l’ipotesi che un modello geometrico di universo consista in uno spazio a dieci dimensioni della forma M × V, dove M è una varietà quadrimensionale (includendo le dimensioni spaziale e temporale) e V è una varietà di Calabi-Yau, compatta a sei dimensioni.

 I precedenti tratti in cui ho accennato a una complessa teoria che pone in congiunzione ricerca matematica specifica e fisica, anche attraverso la recente formalizzazione della teoria delle stringe, evidenzia una necessità non sempre chiara nei percorsi di educazione alla scienza e nei programmi d’istruzione delle varie discipline: le loro intrinseche connessioni. Le discipline in realtà, hanno subito dal XIX secolo un processo di riorganizzazione settorializzante che si riflette fortemente nei percorsi di insegnamento e apprendimento. Ogni disciplina è presentata come un’isola a sé stante e spesso ci si concentra sull’analisi del territorio di ciascuna isola piuttosto che a quella comprensione di come le isole siano connesse tra loro. Le isole, infatti, in geografia sono terre emerse che appartengono a un sistema – in un certo senso sono sempre parti di un arcipelago e capire geograficamente il sistema delle isole è essenziale per una buona navigazione; altrettanto avviene per le discipline. Non si comprende una disciplina se non la si esamina nelle sue connessioni con le altre, se non si esaminano le sue aree di confine, dove gli scambi con discipline limitrofe sono tali da non far capire quali siano i confini precisi. Questa trama interdisciplinare va recuperata nei nostri sistemi di istruzione a tutti i livelli: soprattutto a livello universitario, dove una visione troppo focalizzata su aree teoriche di dettaglio rischia a volte di far perdere la visione complessiva della disciplina stessa e le sue risonanze con gli altri ambiti disciplinari.

Anche sotto questo profilo l’opera di Eugenio Calabi ci dà un insegnamento: frequentatore di un territorio strettamente matematico, geometrico, formalizzato, eppure in grado di fornire strumenti interpretativi all’ambito fisico e soprattutto a quel particolare ulteriore confine dove la fisica si congiunge alla cosmologia. E in fondo, a ben vedere, alla filosofia.

Mauro Palma