

Modelli compartimentali e interpretazione dei dati dell'epidemia COVID19 in Italia

Roberto Battiston
Dipartimento di Fisica&INFN-TIFPA
Università di Trento
www.robortobattiston.it

- **Introduzione alla »modellizzazione compartimentale«, il modello SIR**
- Applicazione del modello SIR al periodo del lockdown (prima ondata).
- Problema della qualità dei dati messi a disposizione
- Il caso da manuale : il funerale ROM in Molise.
- La transizione dalla prima alla seconda ondata mesi di luglio – settembre
- La seconda ondata di ottobre e la difficoltà di continuare ad utilizzare il modello SIR in condizioni ambientali fortemente variabili nel tempo
- Introduzione di $R^*(t)$ come derivata logaritmica - rientra in gioco il modello SIR- e confronto con $R(t)$: vantaggi per la comprensione e l'analisi dell' andamento temporale dell' epidemia
- Analisi dell' andamento in agosto 2020: effetto ferragosto
- Analisi dell' andamento in settembre 2020: significativo raffreddamento
- La ripartenza dell'epidemia alla fine di settembre 2020: la questione della riapertura delle scuole e dell'improvviso aumento nelle relazioni sociali a partire da metà settembre 2020. Grave carenza nei dati relativi alle scuole.
- Gli interventi (DPCM) di ottobre - novembre 2020 e l'effetto sull' andamento di $R(t)$ e dell'epidemia a partire dalla seconda metà di ottobre.
- La modellizzazione attuale e l'estrapolazione dell' andamento del numero di infetti attuali nel tempo.
- Q&A

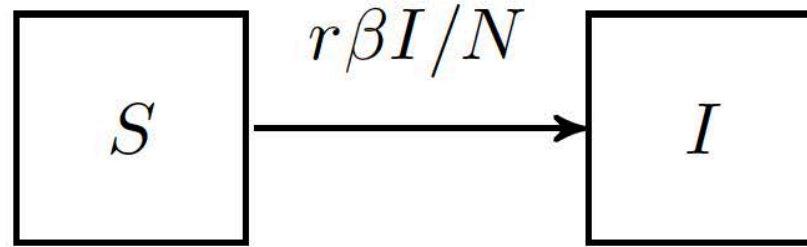
Modelli epidemiologici

- Modelli basati sulla popolazione
 - Deterministici o stocastici
 - Continui nella variabile tempo
 - Equazioni differenziali ordinarie
 - Equazioni differenziali alle derivate parziali
 - Equazioni differenziali ritardate
 - Equazioni integro-differenziali
 - Discreti nella variabile tempo
 - Equazioni alle differenze finite
- Modelli basati su agenti intermedi/individui
 - Tipicamente stocastici
 - Tipicamente discreti nel tempo

Susceptible-Infectious Model: applicable to HIV.

Esempio

Modelli SI



$$\frac{dS}{dt} = -r\beta S \frac{I}{N}$$
$$\frac{dI}{dt} = r\beta S \frac{I}{N}$$

S : Susceptible humans

I : Infectious humans

r : Number of contacts per unit time

β : Probability of disease transmission per contact

N : Total population size: $N = S + I$.

The system can be reduced to one dimension,

$$\frac{dI}{dt} = r\beta(N - I)\frac{I}{N},$$

with solution,

$$I(t) = \frac{I_0 N}{(N - I_0)e^{-r\beta t} + I_0},$$

for $I(0) = I_0$.

Equilibrium Points:

$$I_{\text{dfe}} = 0$$

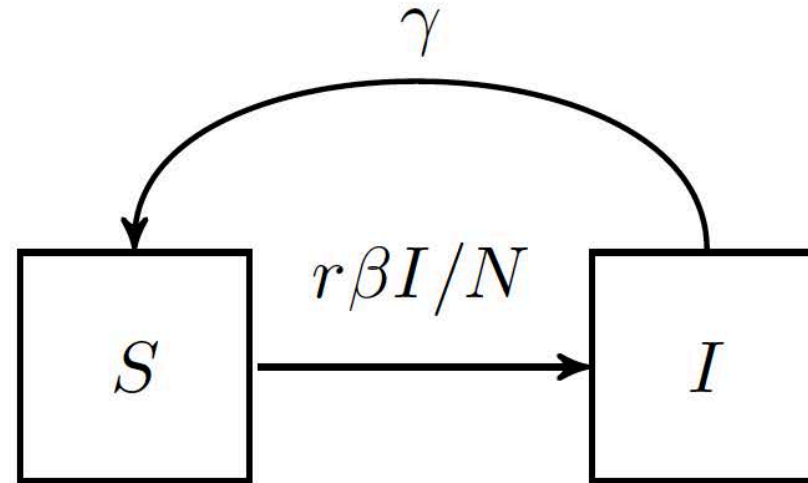
$$I_{\text{ee}} = N$$

- In alcuni modelli, tipicamente per malattie dove i contatti non sono ben identificati, $r\beta$ (il numero di contatti per unità di tempo moltiplicati per la probabilità di trasmissione della malattia per contatto) sono combinati in un parametro (spesso chiamato anch'esso β - numero di contatti adeguati per unità di tempo)
- Per malattie in cui il contatto è ben definito (come le malattie sessualmente definite come l' HIV o malattie trasportate da un vettore come la malaria), è usualmente più opportuno separare la frequenza di contatto, r , e la probabilità di trasmissione per contatto, β
- Per malattie dove il contatto non è ben definito (come per malattie aeree come l'influenza) è usualmente più appropriato combinare i due in un solo parametro

Susceptible-Infectious-Susceptible Model: applicable to the common cold.

Esempio

Modelli SIS



$$\frac{dS}{dt} = -r\beta S \frac{I}{N} + \gamma I$$
$$\frac{dI}{dt} = r\beta S \frac{I}{N} - \gamma I$$

γ : Per-capita recovery rate

The system can be reduced to one dimension,

$$\frac{dI}{dt} = r\beta(N - I)\frac{I}{N} - \gamma I,$$

with solution,

$$I(t) = \frac{\frac{N}{r\beta} \cdot (r\beta - \gamma)}{1 + \left(\frac{N}{r\beta} \frac{(r\beta - \gamma)}{I_0} - 1 \right) e^{-(r\beta - \gamma)t}},$$

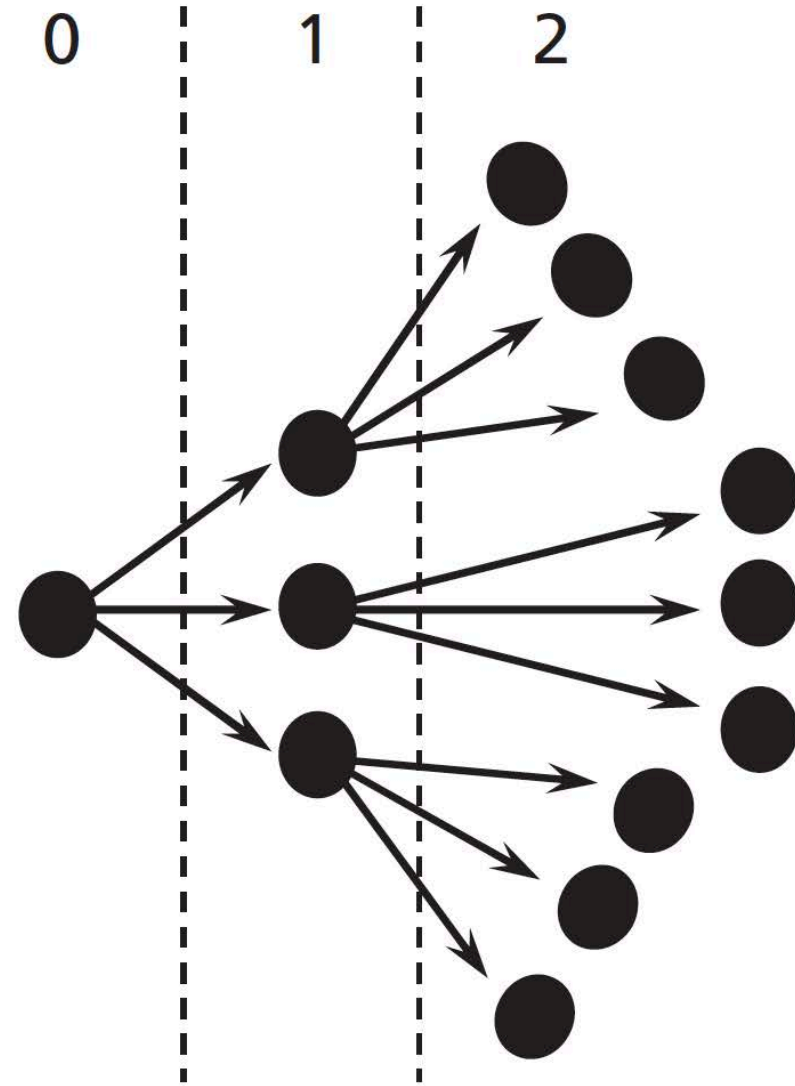
for $I(0) = I_0$.

Equilibrium Points:

$$I_{dfe} = 0$$

$$I_{ee} = \frac{(r\beta - \gamma)N}{r\beta}$$

Generation



Initial phase of epidemic ($R_0 = 3$)

Ro : Numero Riproduttivo di Base

- Il numero riproduttivo di base, R_0 , è il numero di infezioni secondarie che una persona infetta è in grado di causare all'interno di una popolazione pienamente suscettibile nel corso complessivo della sua fase contagiosa
- R_0 fornisce la condizione di soglia per la stabilità di un punto di equilibrio libero dalla malattia (per la maggior parte dei modelli):
 - Il punto di equilibrio libero da malattia è asintoticamente stabile quando $R_0 < 1$: l'epidemia scompare
 - Il punto di equilibrio libero da malattia è instabile quando $R_0 > 1$: l'epidemia appare e si sviluppa
 - Dato un certo modello R_0 è fisso nel tempo
- Questa definizione vale solo per semplici modelli omogenei
- Soglie simili possono essere definite per modelli più complicati che includono eterogeneità e stagionalità, ma in tale caso la definizione base non è più valida.

R_0 can be expressed as a product of three quantities:

$$R_0 = \left(\begin{array}{c} \text{Number of} \\ \text{contacts} \\ \text{per unit time} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Probability of} \\ \text{transmission} \\ \text{per contact} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Duration of} \\ \text{infection} \end{array} \right)$$

For SIS model:

$$R_0 = r \times \beta \times \frac{1}{\gamma}$$

R_e : Numero Riproduttivo Effettivo

- Il numero (*effettivo*) di riproduzione, R_e , è il numero di infezioni secondarie che una persona infetta è in grado di produrre nel corso dell'intera durata del periodo in cui è contagiosa
- Tipicamente, ma non sempre, R_e è il prodotto di R_0 e la proporzione di popolazione che risulta suscettibile
- R_e descrive se l'infezione cresce o meno. Cresce se $R_e > 1$, decresce se $R_e < 1$ è costante se $R_e = 1$, caso in cui la malattia è in equilibrio.
- R_e può cambiare nel tempo
- Il numero riproduttivo di controllo, R_c , è il numero di infezioni secondarie che una persona infetta può produrre durante l'intero periodo in cui è contagiosa, in presenza di interventi di controllo

$$R_e(t) = \left(\begin{array}{c} \text{Number of} \\ \text{contacts} \\ \text{per unit time} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Probability of} \\ \text{transmission} \\ \text{per contact} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Duration of} \\ \text{infection} \end{array} \right) \\ \times \left(\begin{array}{c} \text{Proportion of} \\ \text{susceptible} \\ \text{population} \end{array} \right)$$

For SIS model:

$$R_e(t) = R_0 \times \frac{S(t)}{N(t)} \\ = \frac{r\beta S(t)}{\gamma N(t)}.$$

How quickly does it spread?

Basic reproduction value

Mers



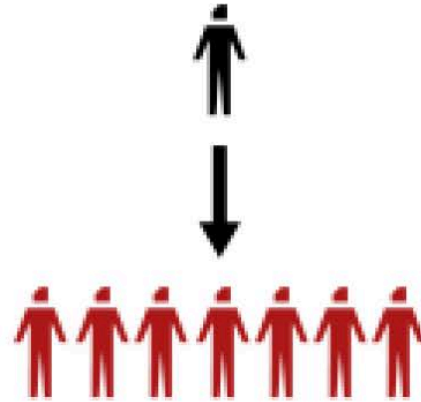
0.7

Ebola



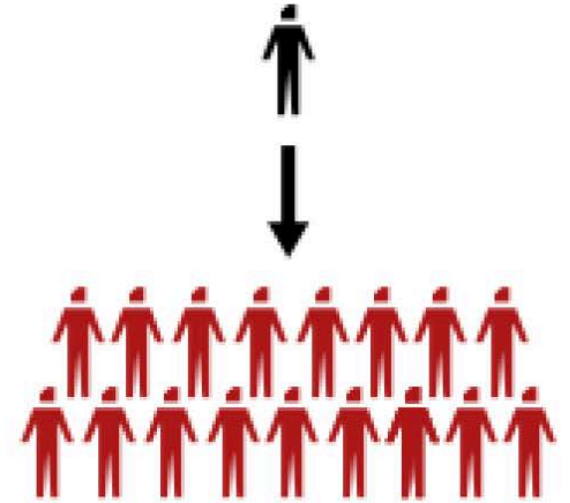
1.7

Small pox



7

Measles



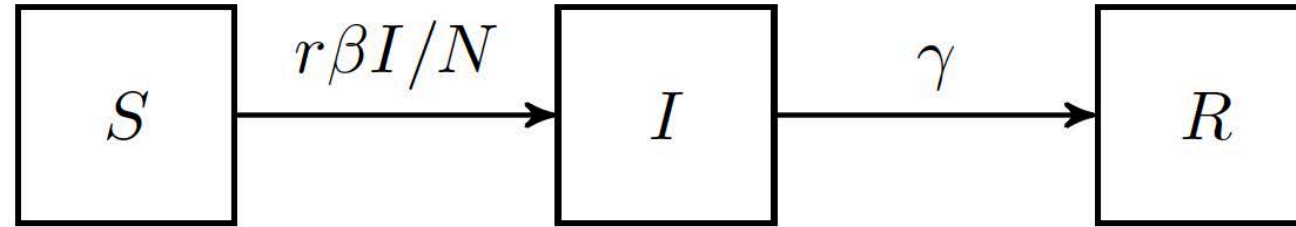
17

Source: ECDC, UMICH, Lancet

Susceptible-Infectious-Recovered Model: applicable to measles, mumps, rubella. (Vaiolo, Orecchioni, Morbillo)

Esempio

Modelli SIR



$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -r\beta S \frac{I}{N} \\ \frac{dI}{dt} &= r\beta S \frac{I}{N} - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}$$

R : Recovered humans
with $N = S + I + R$.

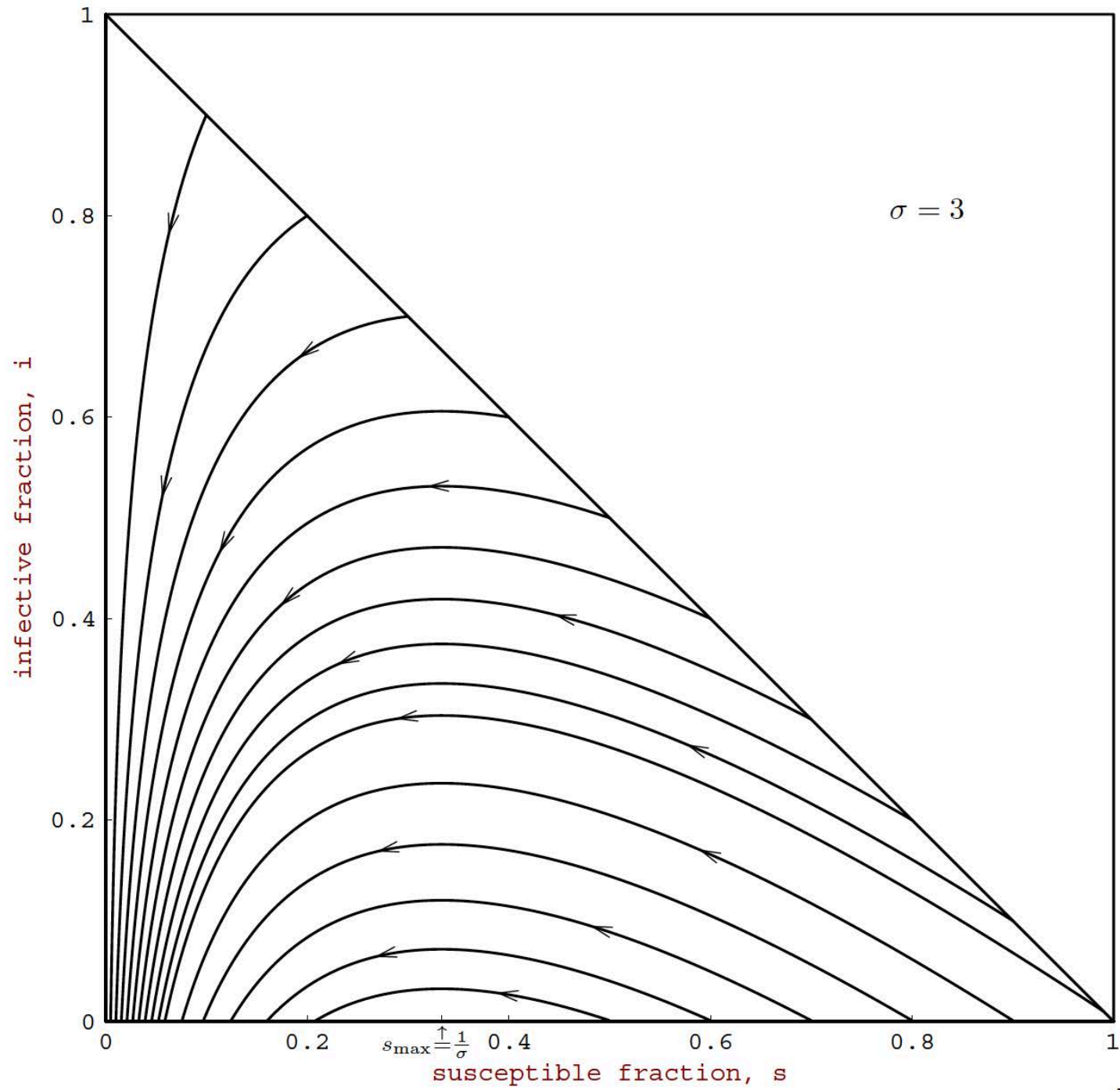
- Ci si può ridurre in due dimensioni ignorando l'equazione per R e usando $R=N-S-I$
- Non si può più risolverlo analiticamente
- Ci sono un numero infinito di punti di equilibrio con $I^*=0$
- Si può fare uno studio con un diagramma di fase
- Si può stimare la dimensione finale dell'epidemia

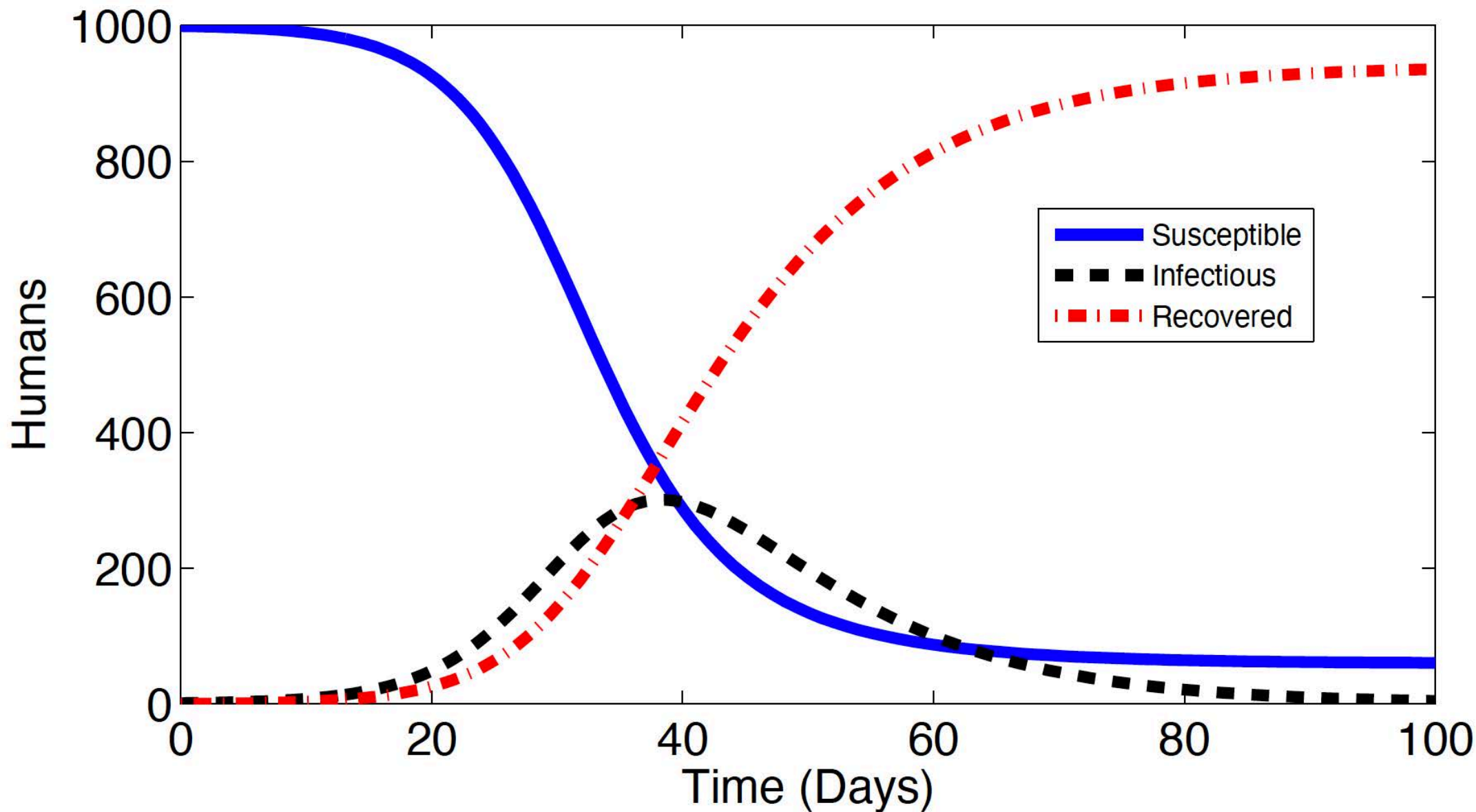
$$R_0 = \left(\begin{array}{c} \text{Number of} \\ \text{contacts} \\ \text{per unit time} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Probability of} \\ \text{transmission} \\ \text{per contact} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Duration of} \\ \text{infection} \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned} R_0 &= r \times \beta \times \frac{1}{\gamma} \\ &= \frac{r\beta}{\gamma} \end{aligned}$$

- If $R_0 < 1$, introduced cases do not lead to an epidemic (the number of infectious individuals decreases towards 0).
- If $R_0 > 1$, introduced cases can lead to an epidemic (temporary increase in the number of infectious individuals).

$$R_e(t) = \frac{r\beta}{\gamma} \frac{S(t)}{N}$$





With $r\beta = 0.3 \text{ days}^{-1}$, $\gamma = 0.1 \text{ days}^{-1}$, $N = 1000$, and $S(0) = 999$, $I(0) = 1$ and $R(0) = 0$.

SI → SIR → SEIR → → SIDDARTHA

- I modelli comportamentali di base assumono una popolazione omogenea
- Dividono la popolazione in gruppi differenti basati sullo stato dell' infezione
 - **M**: Individui con immunità **M**aternale
 - **S**: Individui **S**uscettibili
 - **E**: Individui **E**sposti (infettati ma non ancora contagiosi)
 - **I**: Individui **I**nfetti e contagiosi
 - **R**: Individui **R**isolti (guariti o morti)
- Possono includere parametri dipendenti dal tempo per simulare effetti della stagionalità
- Possono includere compartimenti aggiuntivi per modellizzare individui asintomatici, vaccinati o fasi diverse della progressione della malattia
- Possono includere molteplici gruppi per modellizzare variabilità, età, strutture spaziali o specie ospitanti



O. DIEKMANN, H. HEESTERBEEK, AND T. BRITTON, *Mathematical Tools for Understanding Infectious Disease Dynamics*.

Princeton Series in Theoretical and Computational Biology. Princeton University Press, Princeton, (2013).



H. W. HETHCOTE, "The mathematics of infectious diseases", *SIAM Review* **42**, 599–653 (2000).



M. J. KEELING AND P. ROHANI, *Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals*.

Princeton University Press, Princeton, (2007).

1. Kermack, W; McKendrick, A (1991). "Contributions to the mathematical theory of epidemics – I". *Bulletin of Mathematical Biology*. **53** (1–2): 33–55. [doi:10.1007/BF02464423](https://doi.org/10.1007/BF02464423). [PMID 2059741](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/2059741/).
2. Kermack, W; McKendrick, A (1991). "Contributions to the mathematical theory of epidemics – II. The problem of endemicity". *Bulletin of Mathematical Biology*. **53** (1–2): 57–87. [doi:10.1007/BF02464424](https://doi.org/10.1007/BF02464424). [PMID 2059742](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/2059742/).
3. Kermack, W; McKendrick, A (1991). "Contributions to the mathematical theory of epidemics – III. Further studies of the problem of endemicity". *Bulletin of Mathematical Biology*. **53** (1–2): 89–118. [doi:10.1007/BF02464425](https://doi.org/10.1007/BF02464425). [PMID 2059743](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/2059743/).

Per una introduzione divulgativa:

R. Battiston, P. Battiston, *La matematica del virus I numeri per capire e combattere la pandemia*, Ed. Castelvecchi 2020

- Introduzione alla «modellizzazione compartimentale», il modello SIR
- **Applicazione del modello SIR al periodo del lockdown (prima ondata).**
- Problema della qualità dei dati messi a disposizione
- Il caso da manuale : il funerale ROM in Molise.
- La transizione dalla prima alla seconda ondata mesi di luglio – settembre
- La seconda ondata di ottobre e la difficoltà di continuare ad utilizzare il modello SIR in condizioni ambientali fortemente variabili nel tempo
- Introduzione di $R^*(t)$ come derivata logaritmica - rientra in gioco il modello SIR- e confronto con $R(t)$: vantaggi per la comprensione e l'analisi dell' andamento temporale dell' epidemia
- Analisi dell' andamento in agosto 2020: effetto ferragosto
- Analisi dell' andamento in settembre 2020: significativo raffreddamento
- La ripartenza dell'epidemia alla fine di settembre 2020: la questione della riapertura delle scuole e dell'improvviso aumento nelle relazioni sociali a partire da metà settembre 2020. Grave carenza nei dati relativi alle scuole.
- Gli interventi (DPCM) di ottobre - novembre 2020 e l'effetto sull' andamento di $R(t)$ e dell'epidemia a partire dalla seconda metà di ottobre.
- La modellizzazione attuale e l'estrapolazione dell' andamento del numero di infetti attuali nel tempo.
- Q&A

Dati Protezione Civile

COVID-19 in Italy: Dataset of the Italian Civil Protection Department

M. Morettini, A. Sbröllini, I. Marcantoni, L. Burattini

[Data in Brief Volume 30](#), June 2020, 105526

Risoluzione numerica sistema equazioni SIR

ireg=indice regione/nazionale,

phi = fase per ottimizzare la fase di ospedalizzazione (a regime $\rightarrow 0$)

```
asoln102 = First[NDSolve[ {  
  sl'[x] == -beta0[ireg]*sl[x]*il[x]/p1[ireg],  
  il'[x] == beta0[ireg]*sl[x]*il[x]/p1[ireg] - il[x - phi[ireg]]/di[ireg],  
  rl'[x] == il[x - phi[ireg]]/di[ireg],  
  sl[0] == p1[ireg] - il[0] - rl[0],  
  il[0] == 1,  
  rl[0] == 0  
}, {sl, il, rl}, {x, -1, 2020}]] // Quiet;
```

```
asoln202 = First[NDSolve[ {  
  sl'[x] == -beta0[ireg]*sl[x]*il[x]/p0[ireg],  
  il'[x] == beta0[ireg]*sl[x]*il[x]/p0[ireg] - il[x - phi[ireg]]/di[ireg],  
  rl'[x] == il[x - phi[ireg]]/di[ireg],  
  sl[lockdown] == p0[ireg] - il[lockdown] - rl[lockdown],  
  il[lockdown] == ill[ireg],  
  rl[lockdown] == rll[ireg]  
}, {sl, il, rl}, {x, -1, 2020}]] // Quiet;
```


— S — E — I — R

ITALIA

Aggiornato 5 Aprile – R. Battiston Università di Trento

Inizio 24 gennaio

Il modello SEIR prevede:

S una popolazione (ridotta) suscettibile al contagio (240000 persone)

E una popolazione in incubazione o contagiosa ma con sintomi leggeri e quindi non registrata

I una popolazione malata ed infetta, registrata dalle statistiche

R una popolazione guarita o deceduta, registrata dalle statistiche

MODELLO

Curva Blu, S --> persone esposte al contagio (stimato circa 250.000 persone, massimo della curva blu)

Curva Gialla, E --> persone in incubazione e contagiose ma malate in forma leggera, non identificate

Curva Verde, I --> persone contagiose identificate come tali

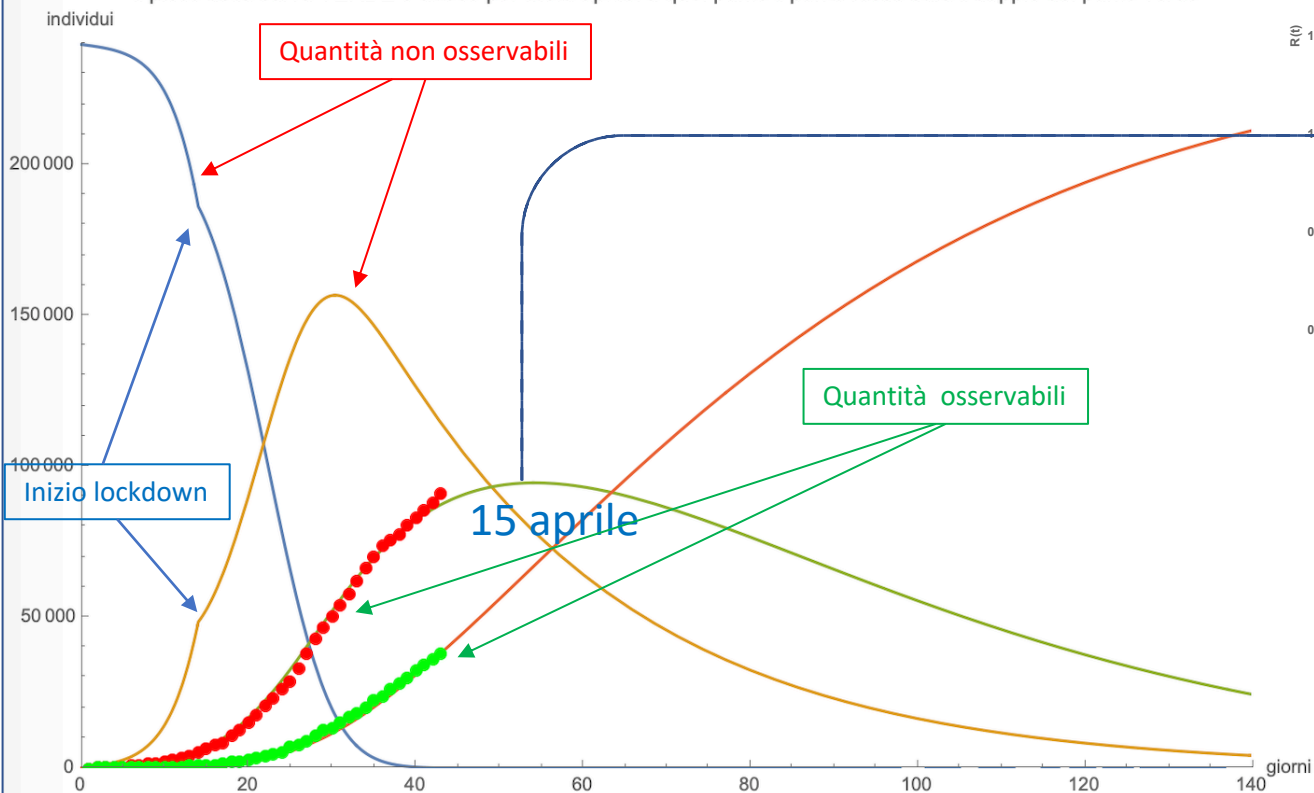
Curva Rossa, R --> persone guarite o decedute, identificate come tali

DATI

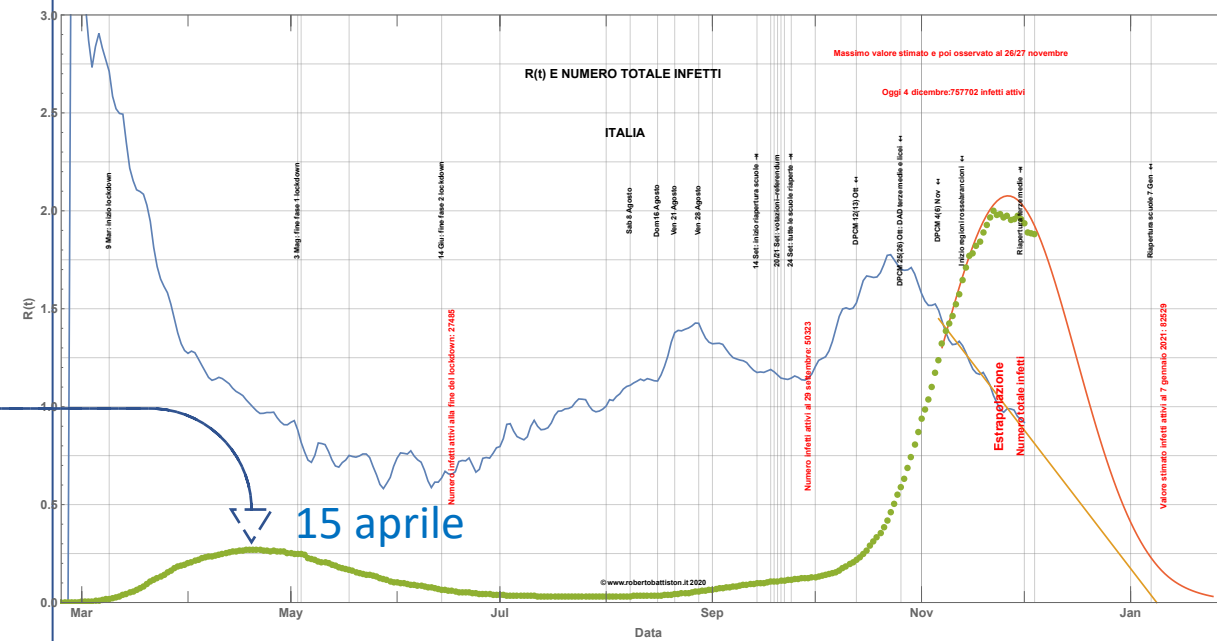
Punti Rossi Data: Casi totali – (Guariti + Deceduti), dati Protezione Civile

Punti Verdi: (Guariti + Deceduti), dati Protezione Civile

Il picco della curva VERDE è atteso per metà aprile: a quel punto il punto rosso sarà il doppio del punto verde



Dati Protezione Civile



10 Marzo-23 Marzo

10 Marzo-30 Marzo

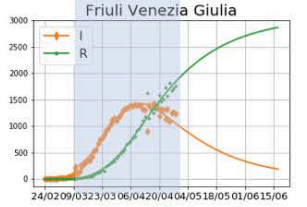
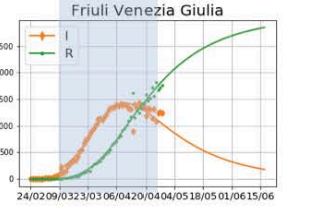
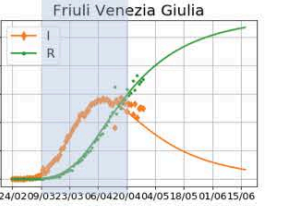
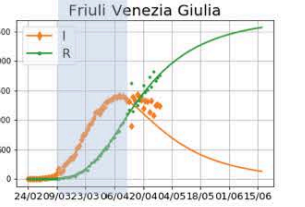
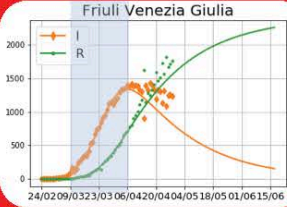
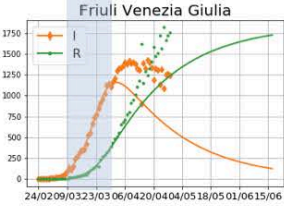
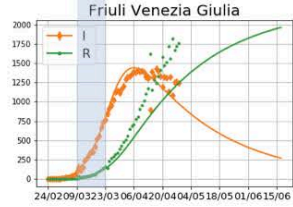
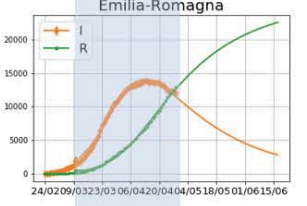
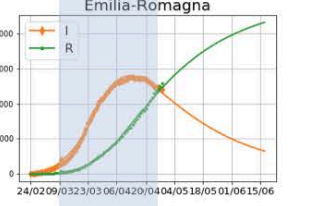
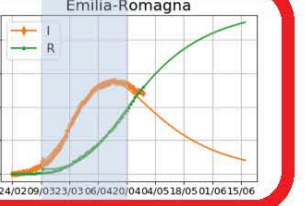
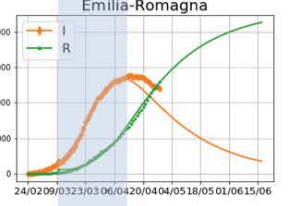
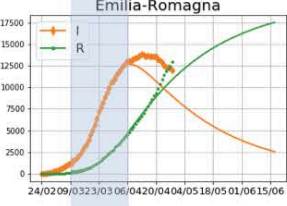
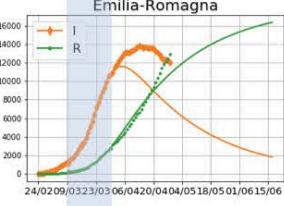
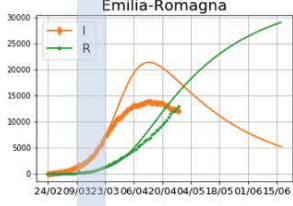
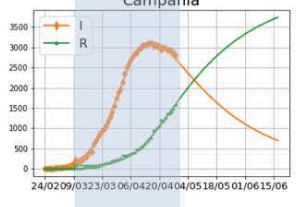
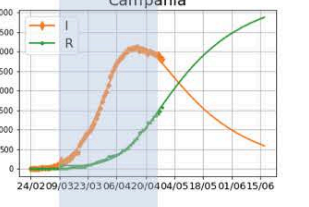
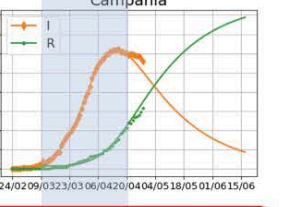
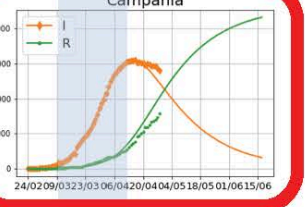
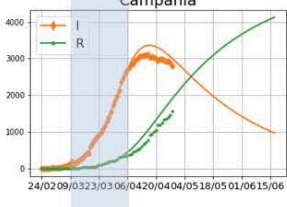
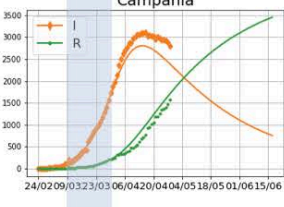
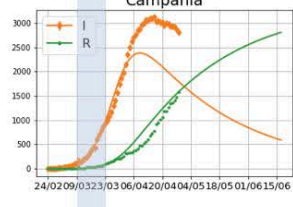
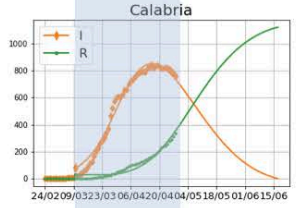
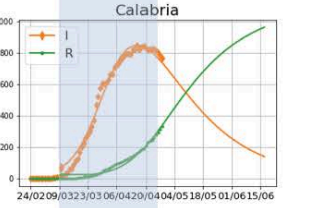
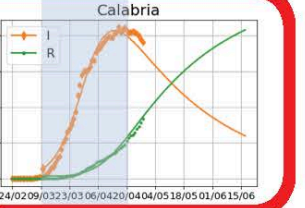
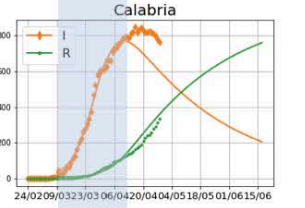
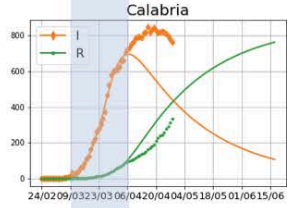
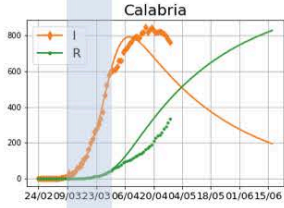
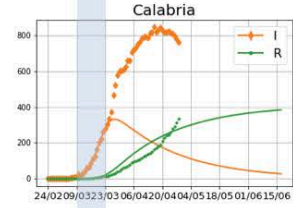
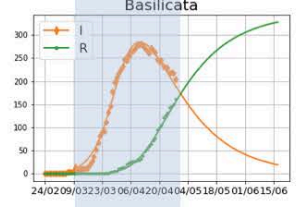
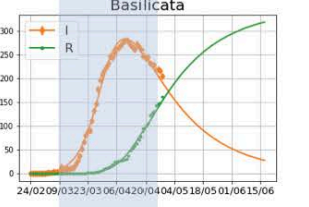
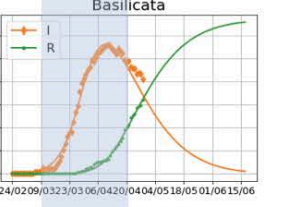
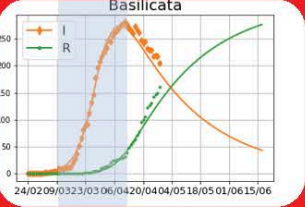
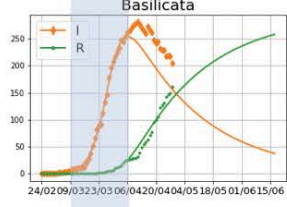
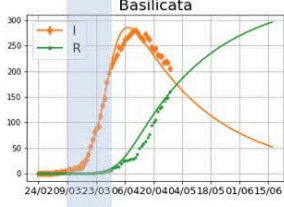
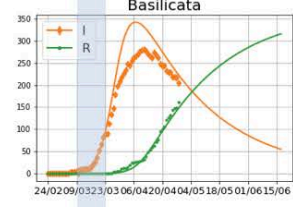
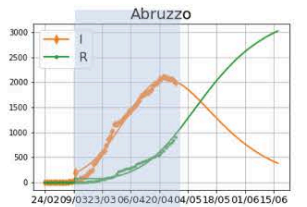
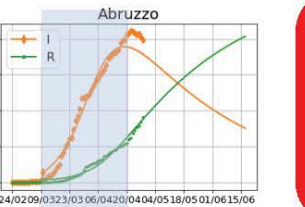
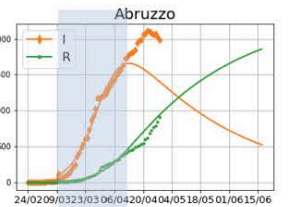
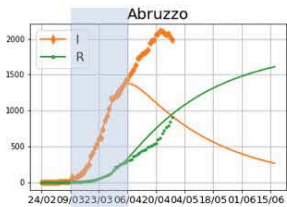
10 Marzo-6 Aprile

10 Marzo-13 Aprile

10 Marzo-20 Aprile

10 Marzo-27 Aprile

10 Marzo-30 Aprile



10 Marzo-23 Marzo

10 Marzo-30 Marzo

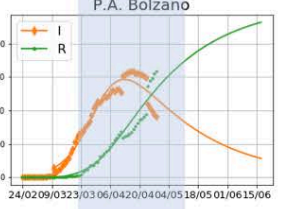
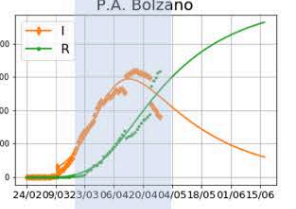
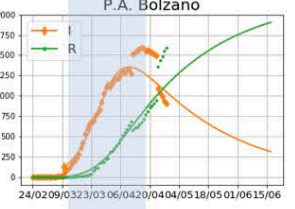
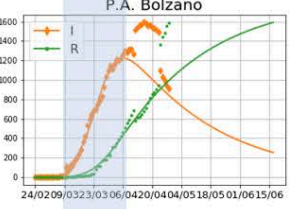
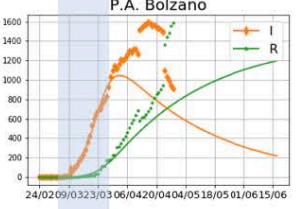
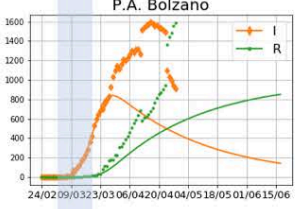
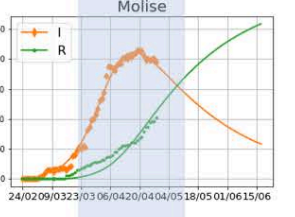
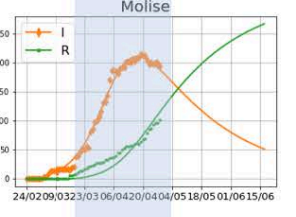
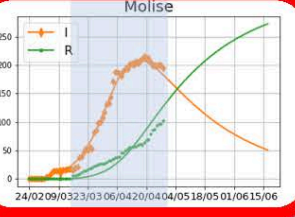
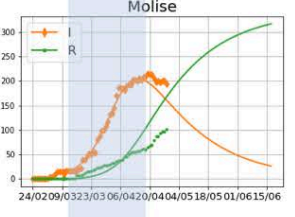
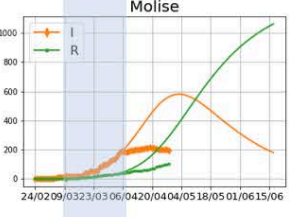
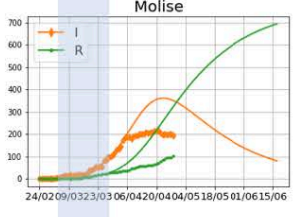
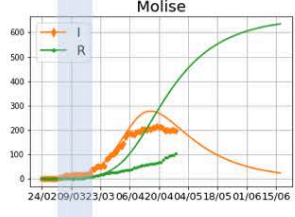
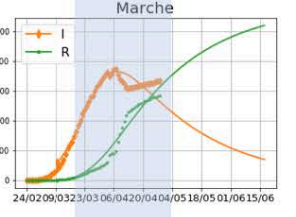
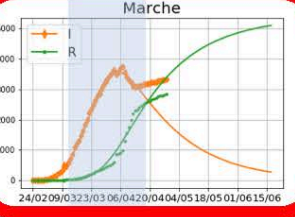
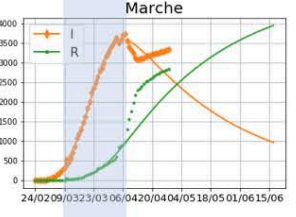
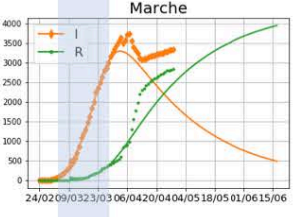
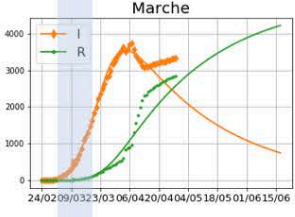
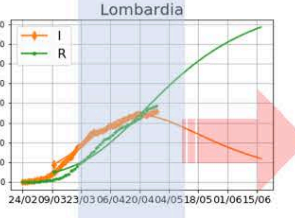
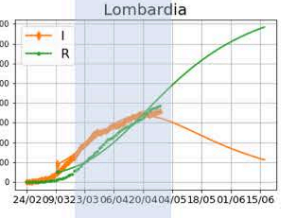
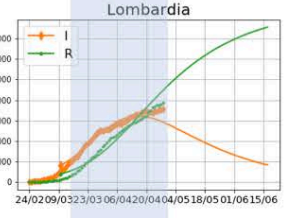
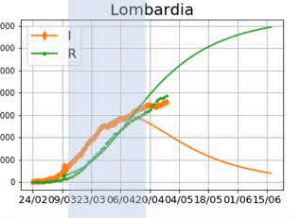
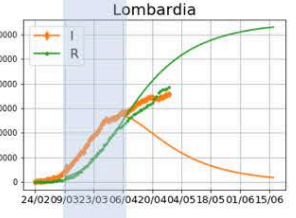
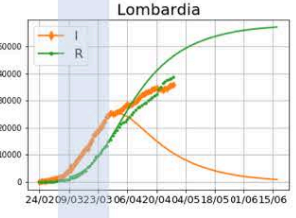
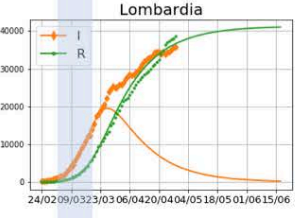
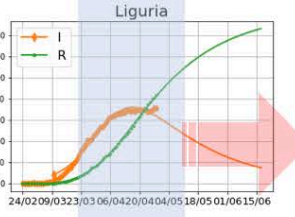
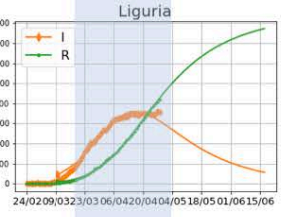
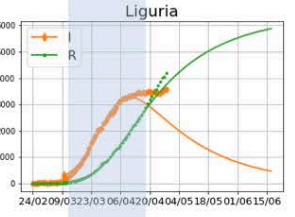
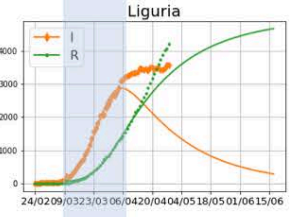
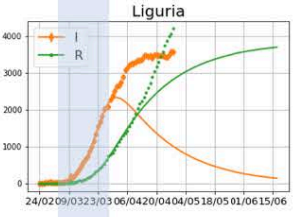
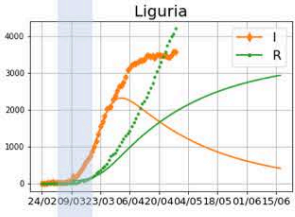
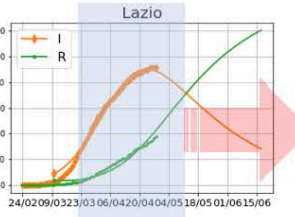
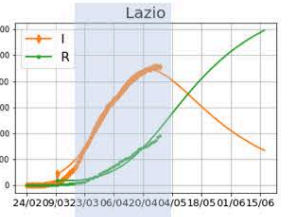
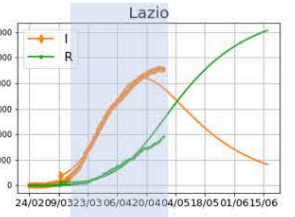
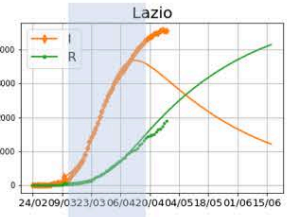
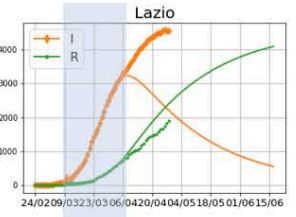
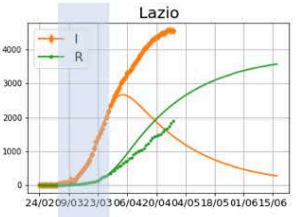
10 Marzo-6 Aprile

10 Marzo-13 Aprile

10 Marzo-20 Aprile

10 Marzo-27 Aprile

10 Marzo-30 Aprile



10 Marzo-23 Marzo

10 Marzo-30 Marzo

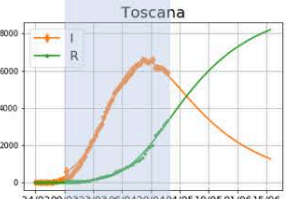
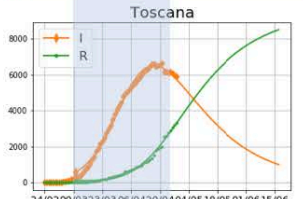
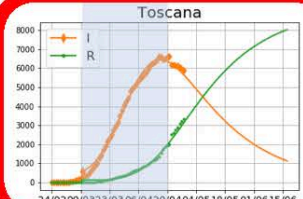
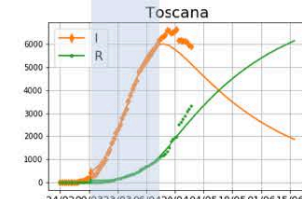
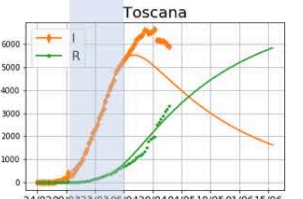
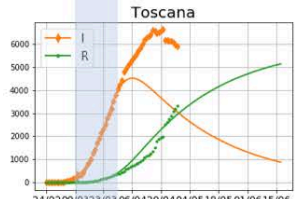
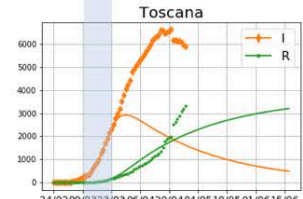
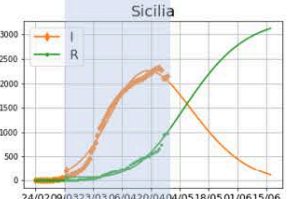
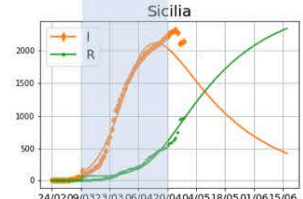
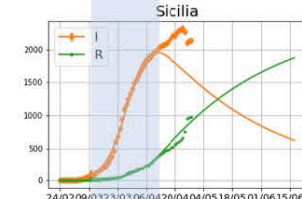
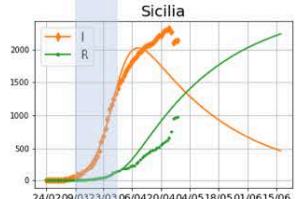
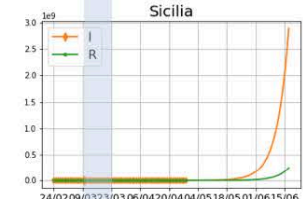
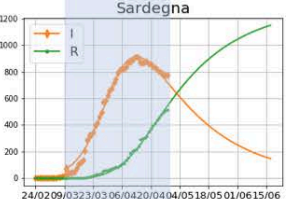
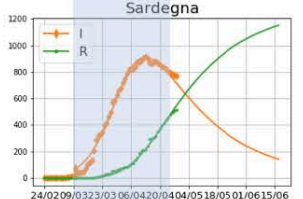
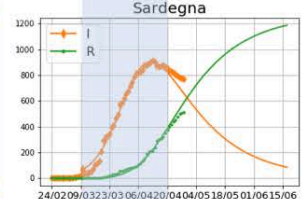
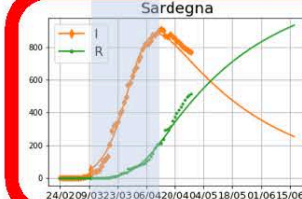
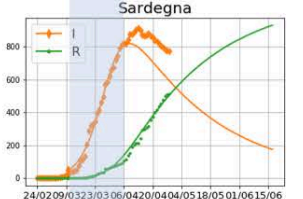
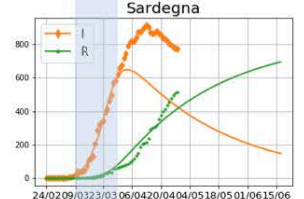
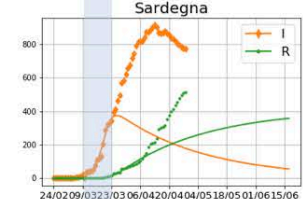
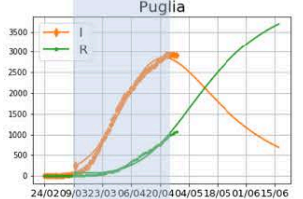
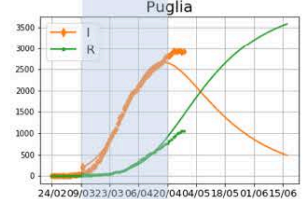
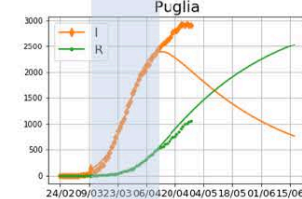
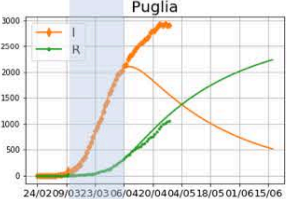
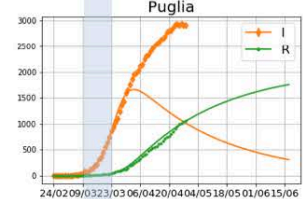
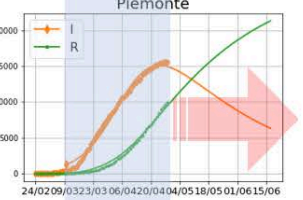
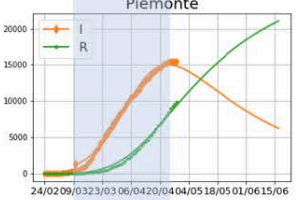
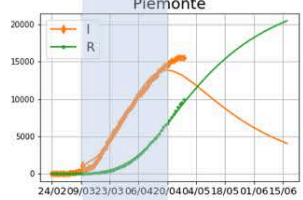
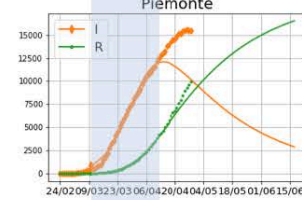
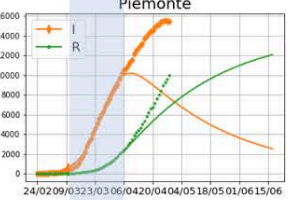
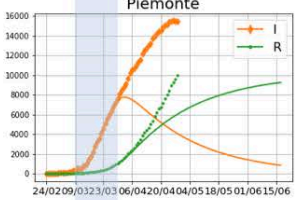
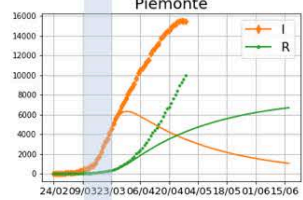
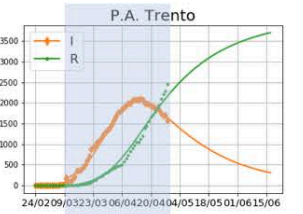
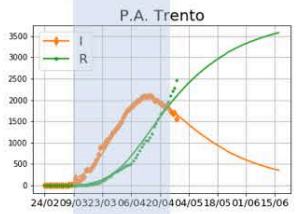
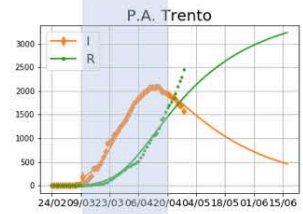
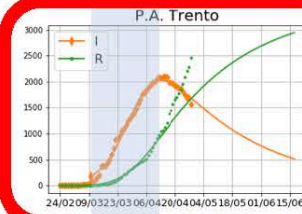
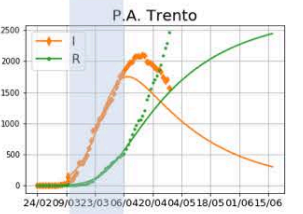
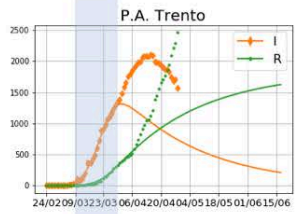
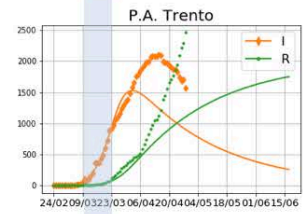
10 Marzo-6 Aprile

10 Marzo-13 Aprile

10 Marzo-20 Aprile

10 Marzo-27 Aprile

10 Marzo-30 Aprile



10 Marzo-23 Marzo

10 Marzo-30 Marzo

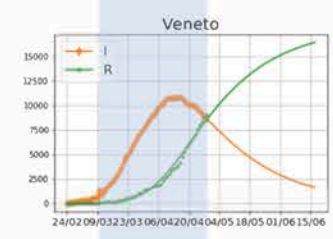
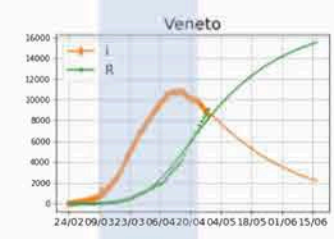
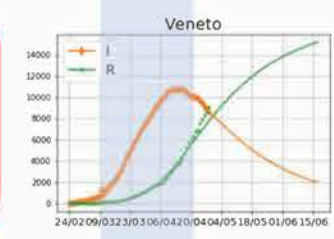
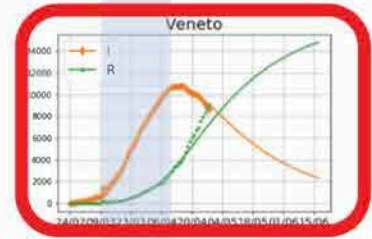
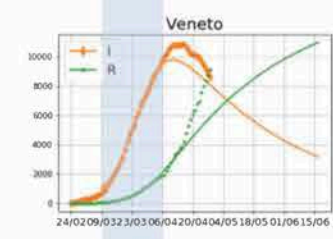
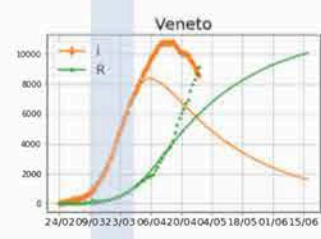
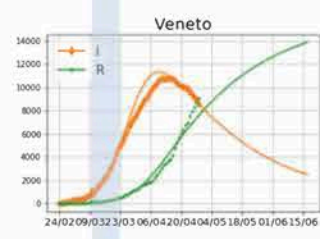
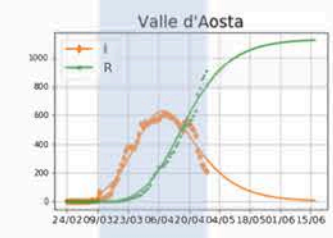
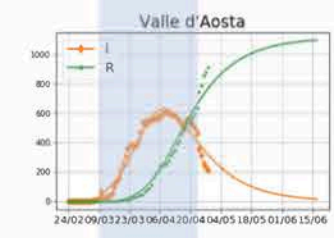
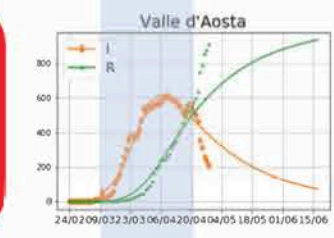
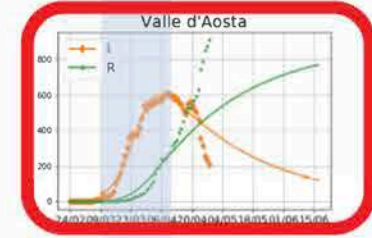
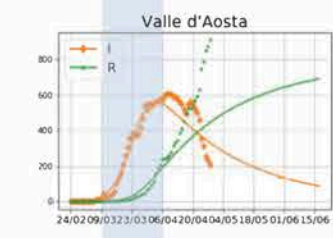
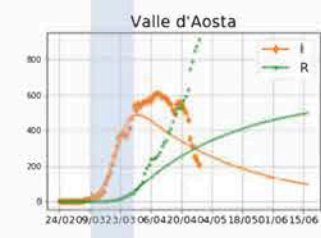
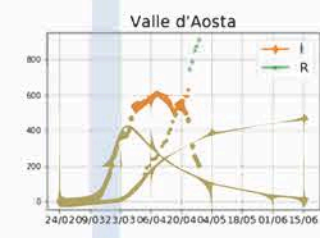
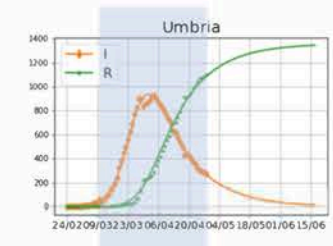
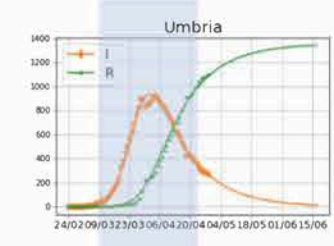
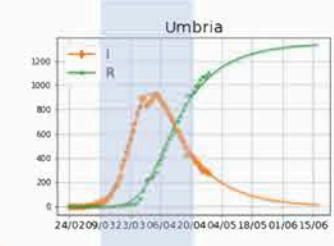
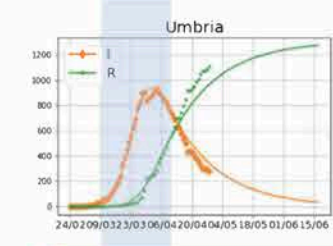
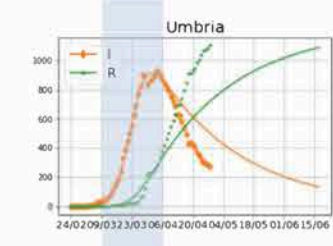
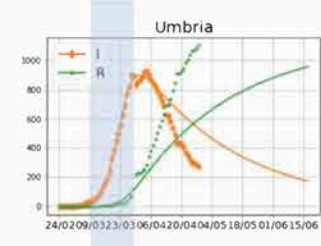
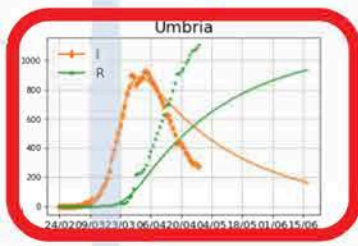
10 Marzo-6 Aprile

10 Marzo-13 Aprile

10 Marzo-20 Aprile

10 Marzo-27 Aprile

10 Marzo-30 Aprile



Roberto Battiston
 Università di Trento
 1 maggio 2020

- Introduzione alla «modellizzazione compartimentale», il modello SIR
- Applicazione del modello SIR al periodo del lockdown (prima ondata).
- **Problema della qualità dei dati messi a disposizione**
- Il caso da manuale : il funerale ROM in Molise.
- La transizione dalla prima alla seconda ondata mesi di luglio – settembre
- La seconda ondata di ottobre e la difficoltà di continuare ad utilizzare il modello SIR in condizioni ambientali fortemente variabili nel tempo
- Introduzione di $R^*(t)$ come derivata logaritmica - rientra in gioco il modello SIR- e confronto con $R(t)$: vantaggi per la comprensione e l'analisi dell'andamento temporale dell'epidemia
- Analisi dell'andamento in agosto 2020: effetto ferragosto
- Analisi dell'andamento in settembre 2020: significativo raffreddamento
- La ripartenza dell'epidemia alla fine di settembre 2020: la questione della riapertura delle scuole e dell'improvviso aumento nelle relazioni sociali a partire da metà settembre 2020. Grave carenza nei dati relativi alle scuole.
- Gli interventi (DPCM) di ottobre - novembre 2020 e l'effetto sull'andamento di $R(t)$ e dell'epidemia a partire dalla seconda metà di ottobre.
- La modellizzazione attuale e l'estrapolazione dell'andamento del numero di infetti attuali nel tempo.
- Q&A

- Introduzione alla «modellizzazione compartimentale», il modello SIR
- Applicazione del modello SIR al periodo del lockdown (prima ondata).
- Problema della qualità dei dati messi a disposizione
- **Il caso da manuale : il funerale ROM in Molise.**
- La transizione dalla prima alla seconda ondata mesi di luglio – settembre
- La seconda ondata di ottobre e la difficoltà di continuare ad utilizzare il modello SIR in condizioni ambientali fortemente variabili nel tempo
- Introduzione di $R^*(t)$ come derivata logaritmica - rientra in gioco il modello SIR- e confronto con $R(t)$: vantaggi per la comprensione e l'analisi dell'andamento temporale dell'epidemia
- Analisi dell'andamento in agosto 2020: effetto ferragosto
- Analisi dell'andamento in settembre 2020: significativo raffreddamento
- La ripartenza dell'epidemia alla fine di settembre 2020: la questione della riapertura delle scuole e dell'improvviso aumento nelle relazioni sociali a partire da metà settembre 2020. Grave carenza nei dati relativi alle scuole.
- Gli interventi (DPCM) di ottobre - novembre 2020 e l'effetto sull'andamento di $R(t)$ e dell'epidemia a partire dalla seconda metà di ottobre.
- La modellizzazione attuale e l'estrapolazione dell'andamento del numero di infetti attuali nel tempo.
- Q&A

Focolaio dovuto ad un funerale Rom in Molise

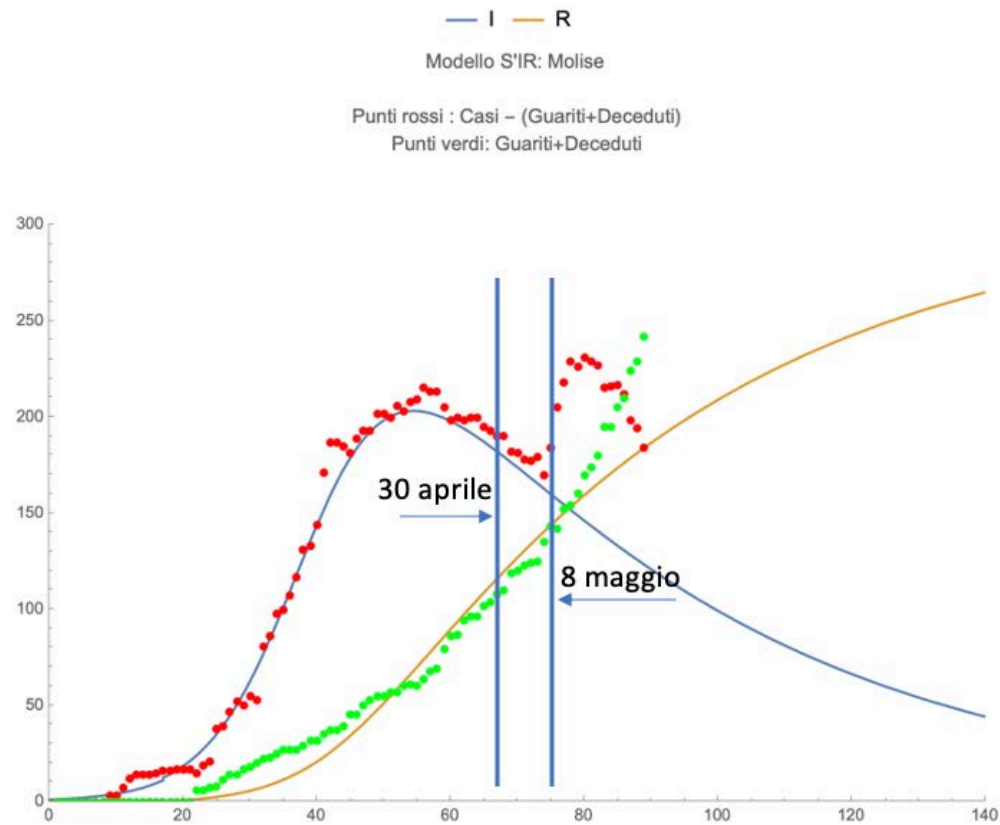


Figura 1 Osservazione dell' outbreak in Molise

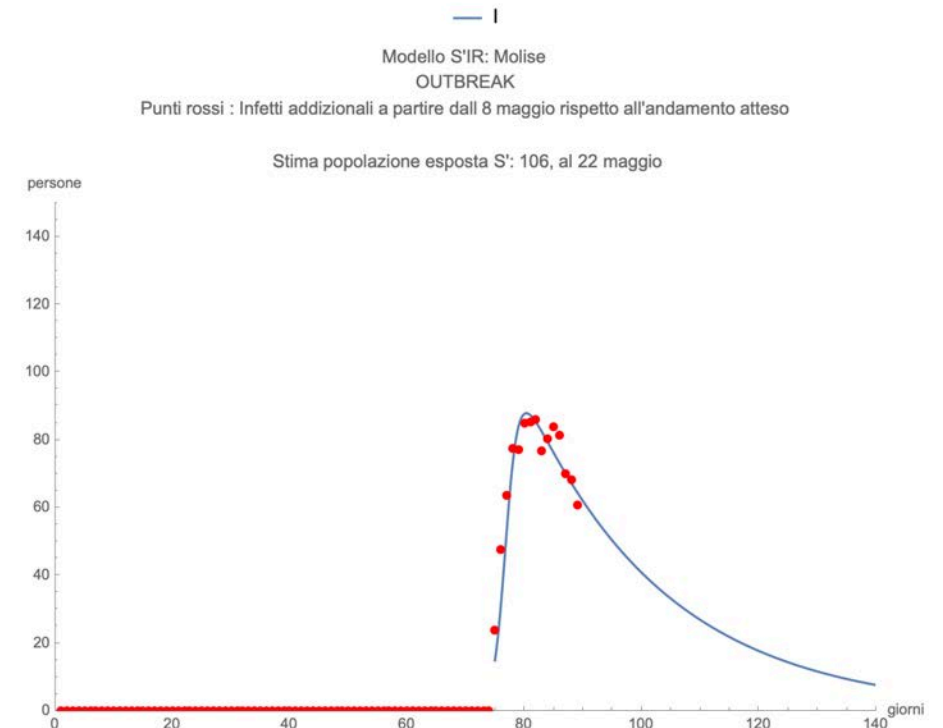
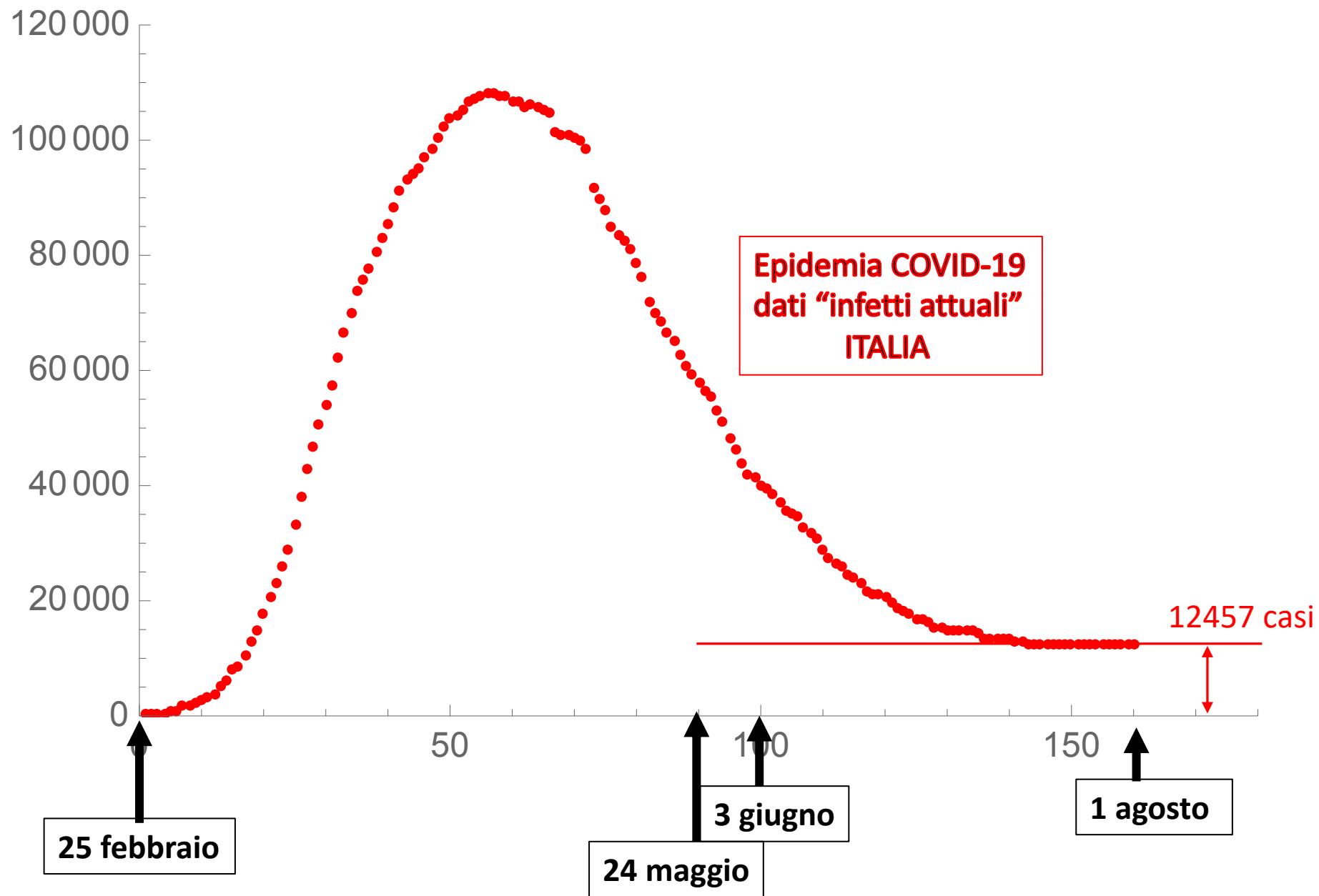
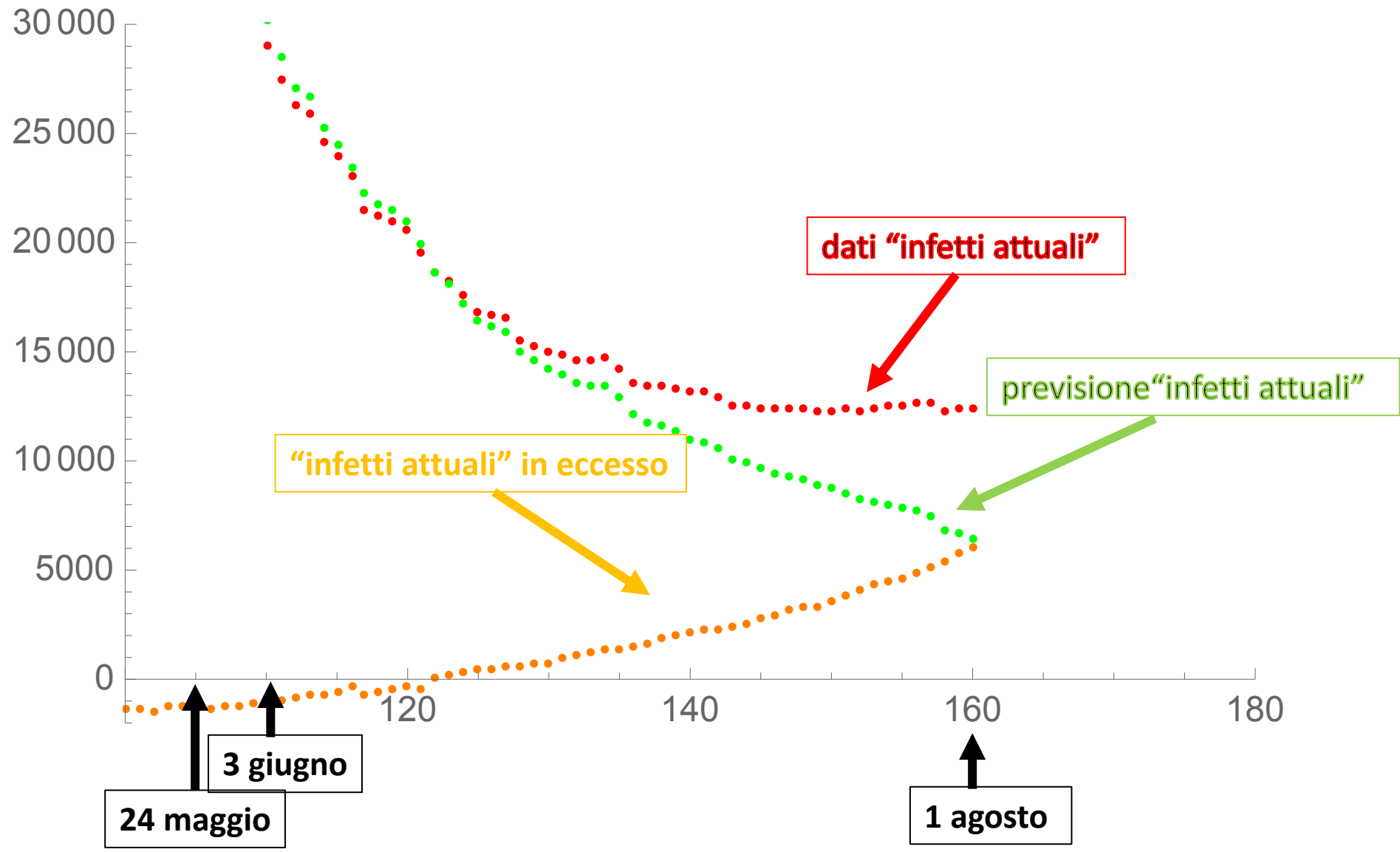


Figura 2. Andamento dei dati relativi all' eccesso di infetti dopo l' 8 maggio.

- Introduzione alla «modellizzazione compartimentale», il modello SIR
- Applicazione del modello SIR al periodo del lockdown (prima ondata).
- Problema della qualità dei dati messi a disposizione
- Il caso da manuale : il funerale ROM in Molise.
- **La transizione dalla prima alla seconda ondata mesi di luglio – settembre**
- La seconda ondata di ottobre e la difficoltà di continuare ad utilizzare il modello SIR in condizioni ambientali fortemente variabili nel tempo
- Introduzione di $R^*(t)$ come derivata logaritmica - rientra in gioco il modello SIR- e confronto con $R(t)$: vantaggi per la comprensione e l'analisi dell'andamento temporale dell'epidemia
- Analisi dell'andamento in agosto 2020: effetto ferragosto
- Analisi dell'andamento in settembre 2020: significativo raffreddamento
- La ripartenza dell'epidemia alla fine di settembre 2020: la questione della riapertura delle scuole e dell'improvviso aumento nelle relazioni sociali a partire da metà settembre 2020. Grave carenza nei dati relativi alle scuole.
- Gli interventi (DPCM) di ottobre - novembre 2020 e l'effetto sull'andamento di $R(t)$ e dell'epidemia a partire dalla seconda metà di ottobre.
- La modellizzazione attuale e l'estrapolazione dell'andamento del numero di infetti attuali nel tempo.
- Q&A





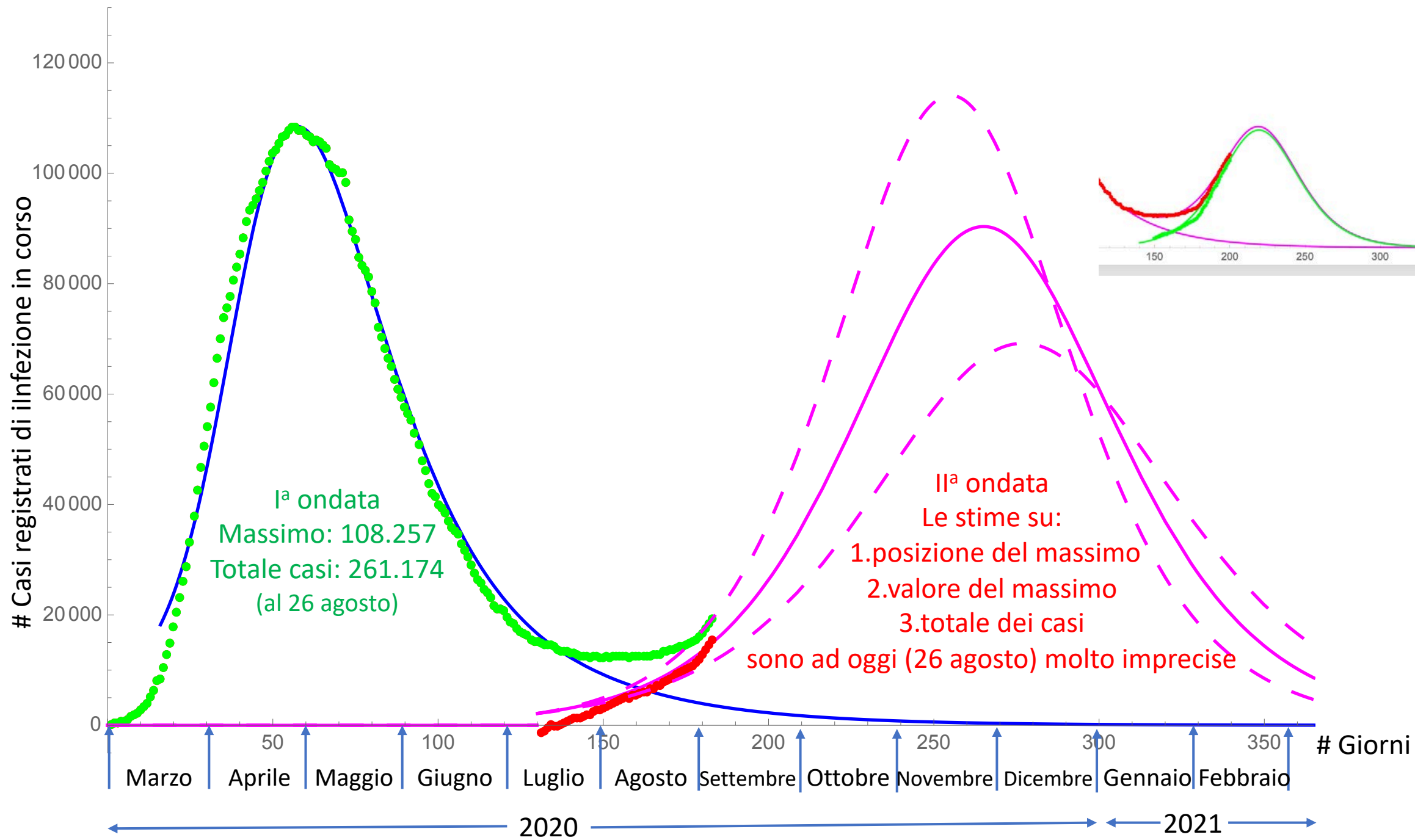
Interventi sulla stampa nazionale

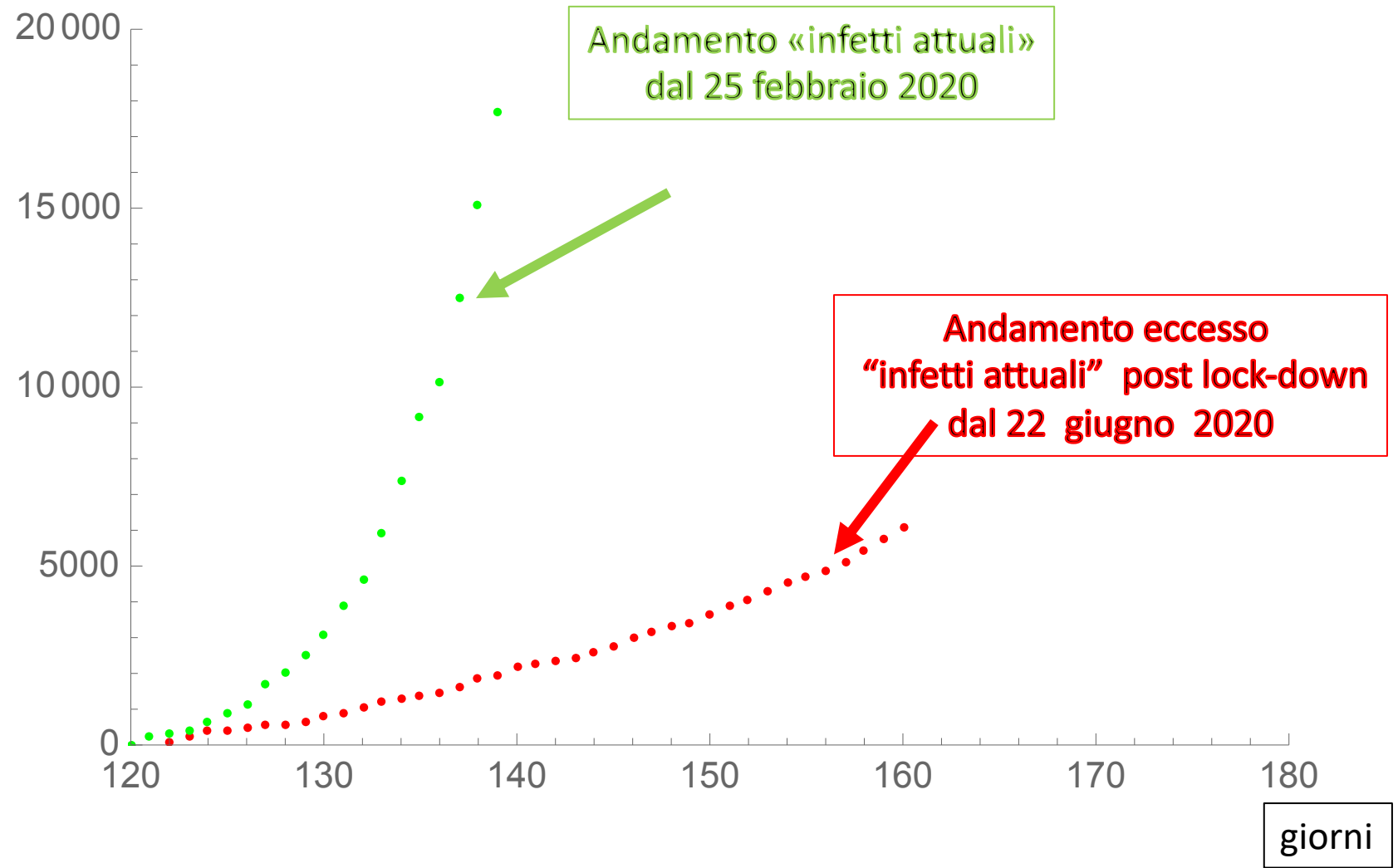
Il Giornale: [La curva va corretta adesso o a ottobre isolati in 50mila](#), 28 agosto 2020

[Huffpost COVID: un esercito di asintomatici non identificati in giro per l'Italia](#) 5 agosto 2020

[Huffpost: COVID: il ritmo del contagio sta crescendo](#) 2 agosto 2020

- Introduzione alla «modellizzazione compartimentale», il modello SIR
- Applicazione del modello SIR al periodo del lockdown (prima ondata).
- Problema della qualità dei dati messi a disposizione
- Il caso da manuale : il funerale ROM in Molise.
- La transizione dalla prima alla seconda ondata mesi di luglio – settembre
- **La seconda ondata di ottobre e la difficoltà di continuare ad utilizzare il modello SIR in condizioni ambientali fortemente variabili nel tempo**
- Introduzione di $R^*(t)$ come derivata logaritmica - rientra in gioco il modello SIR- e confronto con $R(t)$: vantaggi per la comprensione e l'analisi dell'andamento temporale dell'epidemia
- Analisi dell'andamento in agosto 2020: effetto ferragosto
- Analisi dell'andamento in settembre 2020: significativo raffreddamento
- La ripartenza dell'epidemia alla fine di settembre 2020: la questione della riapertura delle scuole e dell'improvviso aumento nelle relazioni sociali a partire da metà settembre 2020. Grave carenza nei dati relativi alle scuole.
- Gli interventi (DPCM) di ottobre - novembre 2020 e l'effetto sull'andamento di $R(t)$ e dell'epidemia a partire dalla seconda metà di ottobre.
- La modellizzazione attuale e l'estrapolazione dell'andamento del numero di infetti attuali nel tempo.
- Q&A





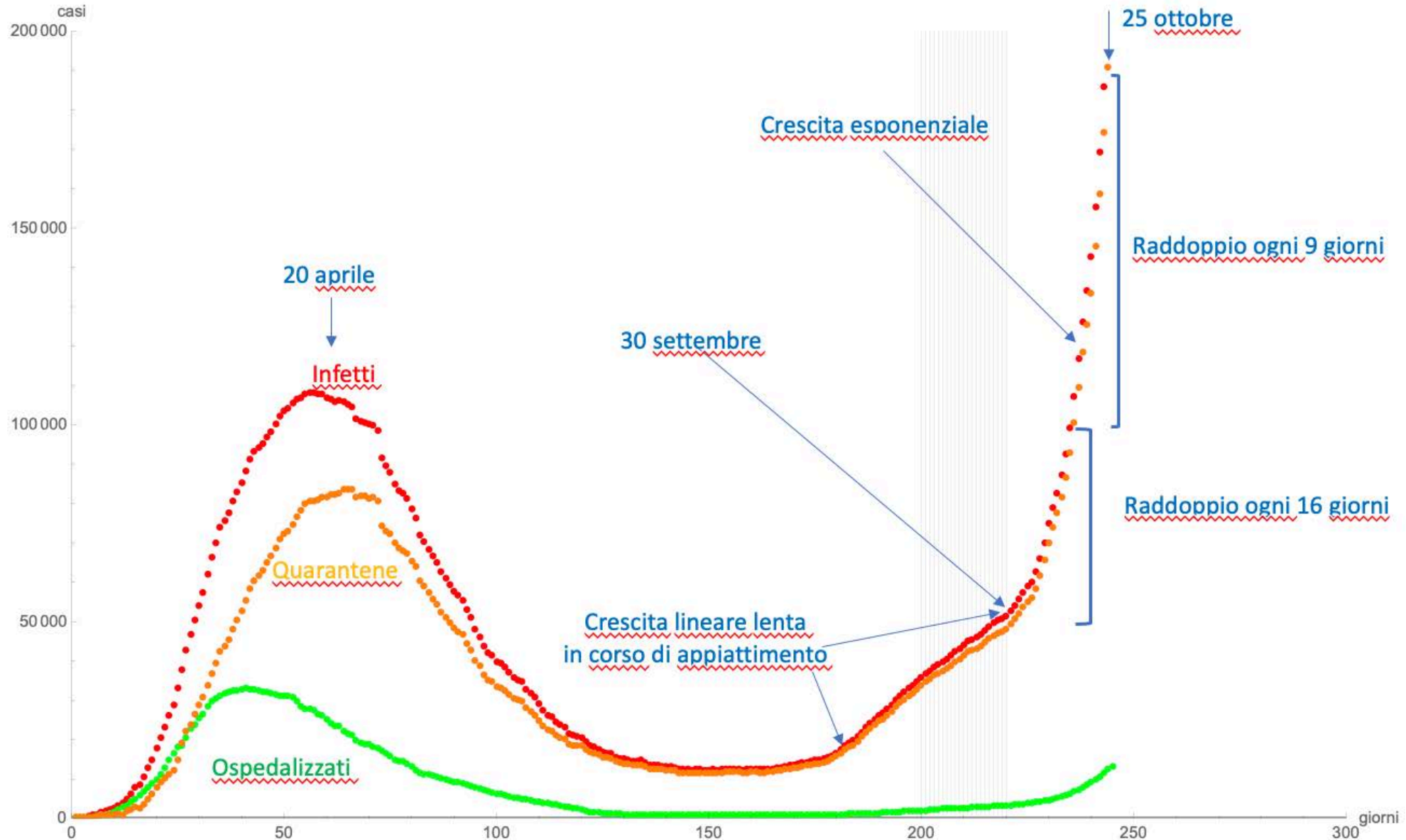
Andamento ospedalizzazioni: ITALIA

Punti rossi : Totale positivi

Punti verdi: Totale ospedalizzati

Punti arancio: Totale isolamento domiciliare

Asse orizzontale : 90 = 24 maggio, 101 = 3 giugno, 210 = 20 settembre



- Introduzione alla «modellizzazione compartimentale», il modello SIR
- Applicazione del modello SIR al periodo del lockdown (prima ondata).
- Problema della qualità dei dati messi a disposizione
- Il caso da manuale : il funerale ROM in Molise.
- La transizione dalla prima alla seconda ondata mesi di luglio – settembre
- La seconda ondata di ottobre e la difficoltà di continuare ad utilizzare il modello SIR in condizioni ambientali fortemente variabili nel tempo
- **Introduzione di $R^*(t)$ come derivata logaritmica - rientra in gioco il modello SIR- e confronto con $R(t)$: vantaggi per la comprensione e l'analisi dell' andamento temporale dell' epidemia**
- Analisi dell' andamento in agosto 2020: effetto ferragosto
- Analisi dell' andamento in settembre 2020: significativo raffreddamento
- La ripartenza dell'epidemia alla fine di settembre 2020: la questione della riapertura delle scuole e dell'improvviso aumento nelle relazioni sociali a partire da metà settembre 2020. Grave carenza nei dati relativi alle scuole.
- Gli interventi (DPCM) di ottobre - novembre 2020 e l'effetto sull' andamento di $R(t)$ e dell'epidemia a partire dalla seconda metà di ottobre.
- La modellizzazione attuale e l'estrapolazione dell' andamento del numero di infetti attuali nel tempo.
- Q&A



Space Odyssey Monolith + R_t

Come si calcolano R_0 e $R(t)$ partendo dai dati a disposizione ?

Vi sono almeno 4 modi di effettuare questo calcolo:

a) Bettencourt-Ribeiro-Systrom

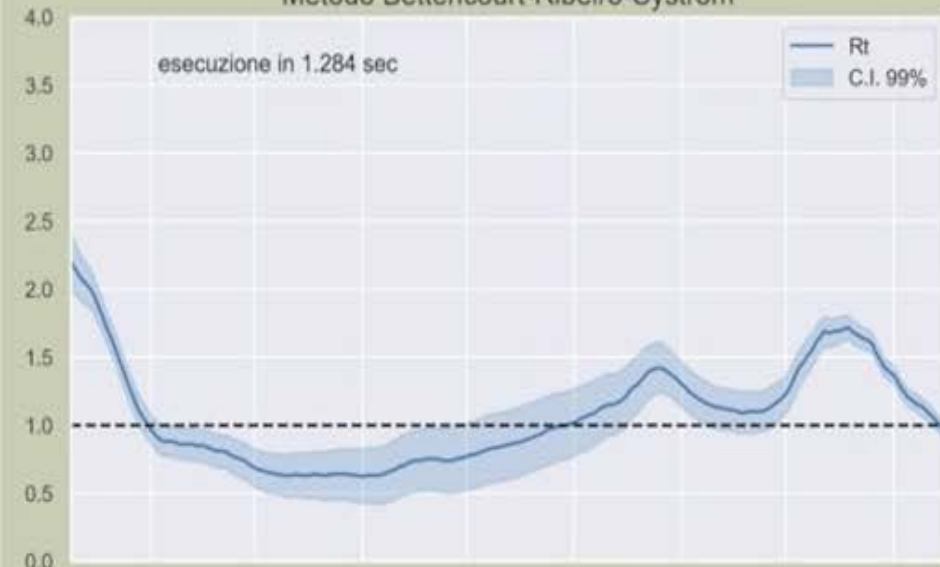
b) Wallinga-Teunis

c) una versione di (b) sviluppata dal Robert Koch Institute

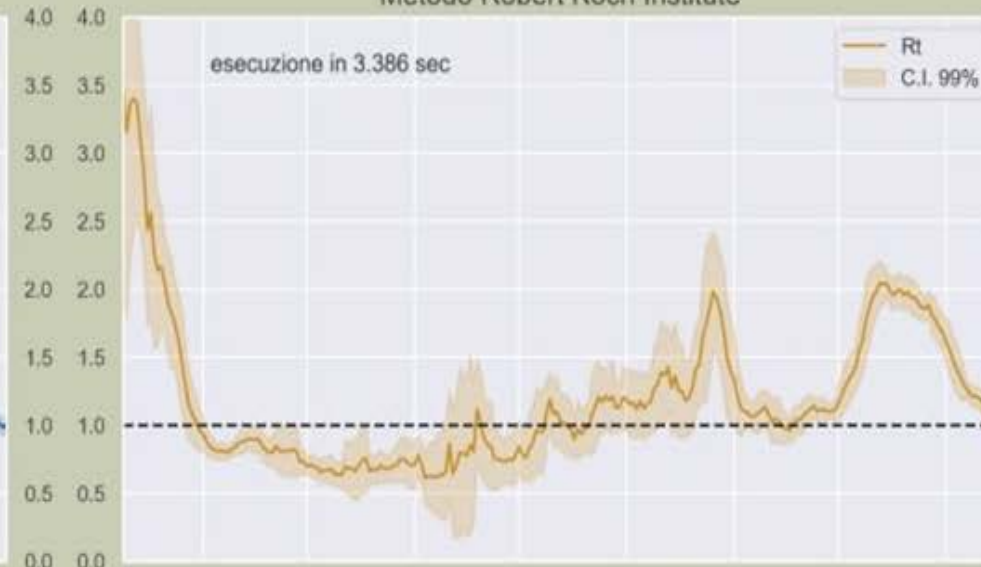
d) una seconda versione di (b), EpiEstim, sviluppata dall' Imperial College [1].

Quest' ultima versione è considerata la più affidabile e precisa ed è quella usata anche dalla Fondazione Bruno Kessler [1][2] per calcolare i valori di $R(t)$ per l'Istituto Superiore della Sanità, basandosi anche su dati sui flussi interregionali e internazionali non a disposizione del pubblico.

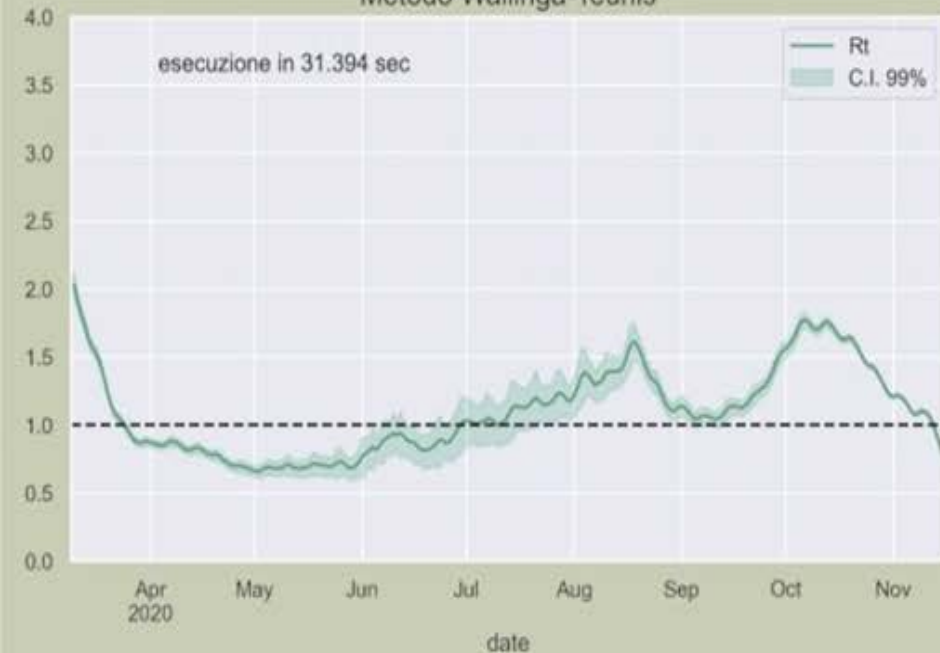
Metodo Bettencourt-Ribeiro-Systrom



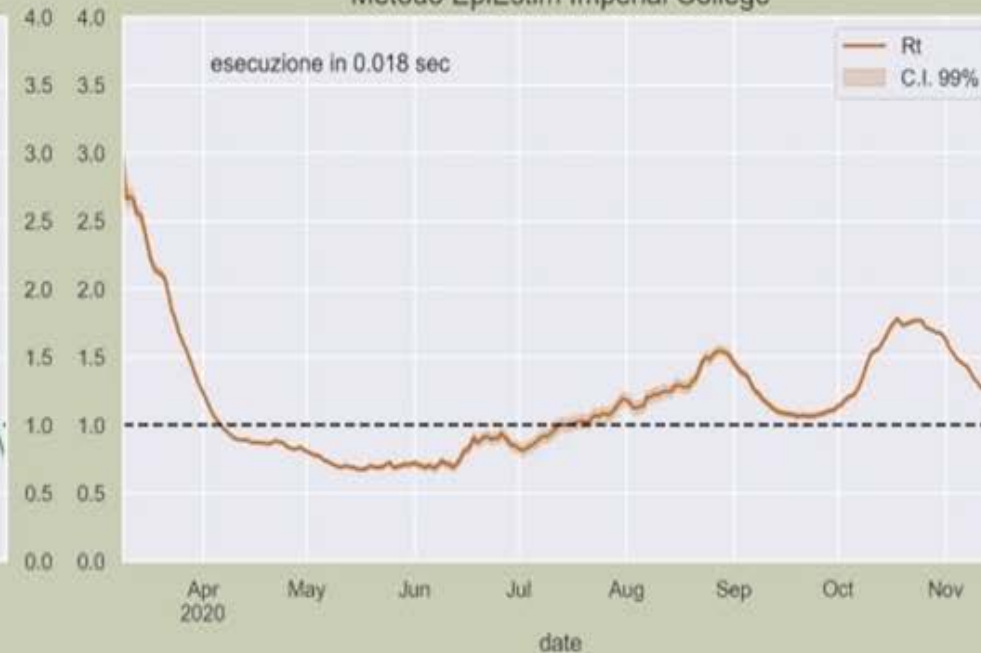
Metodo Robert Koch Institute



Metodo Wallinga-Teunis



Metodo EpiEstim Imperial College



Esistono differenti metodi per la stima del Numero di Riproduzione Effettivo R_t nel corso di un epidemia.

In questa analisi vengono comparati quattro tra i principali metodi attualmente più utilizzati:

- **Bettencourt-Ribeiro-Systrom:** un metodo bayesiano sviluppato nel 2020 da Kevin Systrom per estendere il Sequential Bayesian, originariamente ideato da Bettencourt e Ribeiro nel 2008 solo per la stima di R_0 , ovvero il Numero di Riproduzione di Base nelle prime fasi di un'epidemia
- **Wallinga-Teunis:** uno dei metodi attualmente più affidabili e robusti, basato su assunzioni bayesiane pubblicato da Wallinga e Teunis nel 2004
- **Robert Koch Institute:** recente semplificazione del metodo Wallinga-Teunis utilizzato dal Robert Koch Institute di Berlino, che si basa sulla comparazione delle incidenze su intervalli di n giorni (in questa analisi, 7)
- **EpiEstim:** il metodo in assoluto più robusto, affidabile, veloce e stabile al momento, ideato e implementato da Cori et al. (Imperial College) nel 2013, che estende e migliora la precisione di stima del Wallinga-Teunis

Elaborazione dati: Max Pierini
 In collaborazione con: EpiDataItalia 2020 epidata.it, InfoCovid Team
 Facebook Group, NOTIZIE Telegram @notizie
 Fonte dati: Presidenza del Consiglio dei Ministri - Dipartimento di Protezione Civile
 (Github repository)

Nota metodologica

La stima di $R(t)$ viene effettuata con un metodo statistico consolidato [1], che stima la distribuzione a posteriori tramite un algoritmo Markov Chain Monte Carlo (MCMC) applicato alla seguente funzione di verosimiglianza

$$\mathcal{L} = \prod_{t=1}^T P\left(C(t) - I(t); R(t) \sum_T p(T) C(t - T)\right)$$

Dove, oltre a $R(t)$:

- $P(k; \lambda)$ è la densità di una distribuzione Poisson, ovvero la probabilità di osservare k eventi se questi avvengono a una frequenza media λ .
- $C(t)$ è il numero di casi sintomatici con data di inizio sintomi al giorno t .
- $I(t)$ è il numero di casi sintomatici importati da un'altra regione o dall'estero aventi data inizio sintomi nel giorno t ; essendo un sottoinsieme di $C(t)$, si ha che $C(t) \geq I(t)$ a ogni t .
- $p(T)$ è la distribuzione del tempo di generazione (una distribuzione gamma con parametri di shape = 1.87 e rate = 0.28, stimata su dati della regione Lombardia [2]).

A cura dell'Istituto superiore di sanità

Bibliografia essenziale

[1] Cori A, Ferguson NM, Fraser C, Cauchemez S. A new framework and software to estimate time-varying reproduction numbers during epidemics. *Am J Epidemiol.* 2013;178(9):1505-1512. doi:10.1093/aje/kwt133

[2] D Cereda, M Tirani, F Rovida, V Demicheli, M Ajelli, P Poletti, F Trentini, G Guzzetta, V Marziano, A Barone, M Magoni, S Deandrea, G Diurno, M Lombardo, M Faccini, A Pan, R Bruno, E Pariani, G Grasselli, A Piatti, M Gramegna, F Baldanti, A Melegaro, S Merler. The early phase of the COVID-19 outbreak in Lombardy, Italy. *ArXiv:2003.09320v1*, 2020.

Metodo semplificato per il calcolo di R(t)

R. Battiston

<https://www.scienzainrete.it/articolo/modo-semplice-calcolare-rt/roberto-battiston/2020-11-20>

Partendo dall' equazione SIR con I(t) il numero di infetti attivi, S(t) la popolazione ancora sana, N la popolazione totale:

$$d I(t)/dt = \beta r I(t) S(t)/N - \gamma I(t)$$

dove β è probabilità di trasmettere il contagio, r numero di contatti nell'unità di tempo e γ l'inverso del tempo di guarigione.

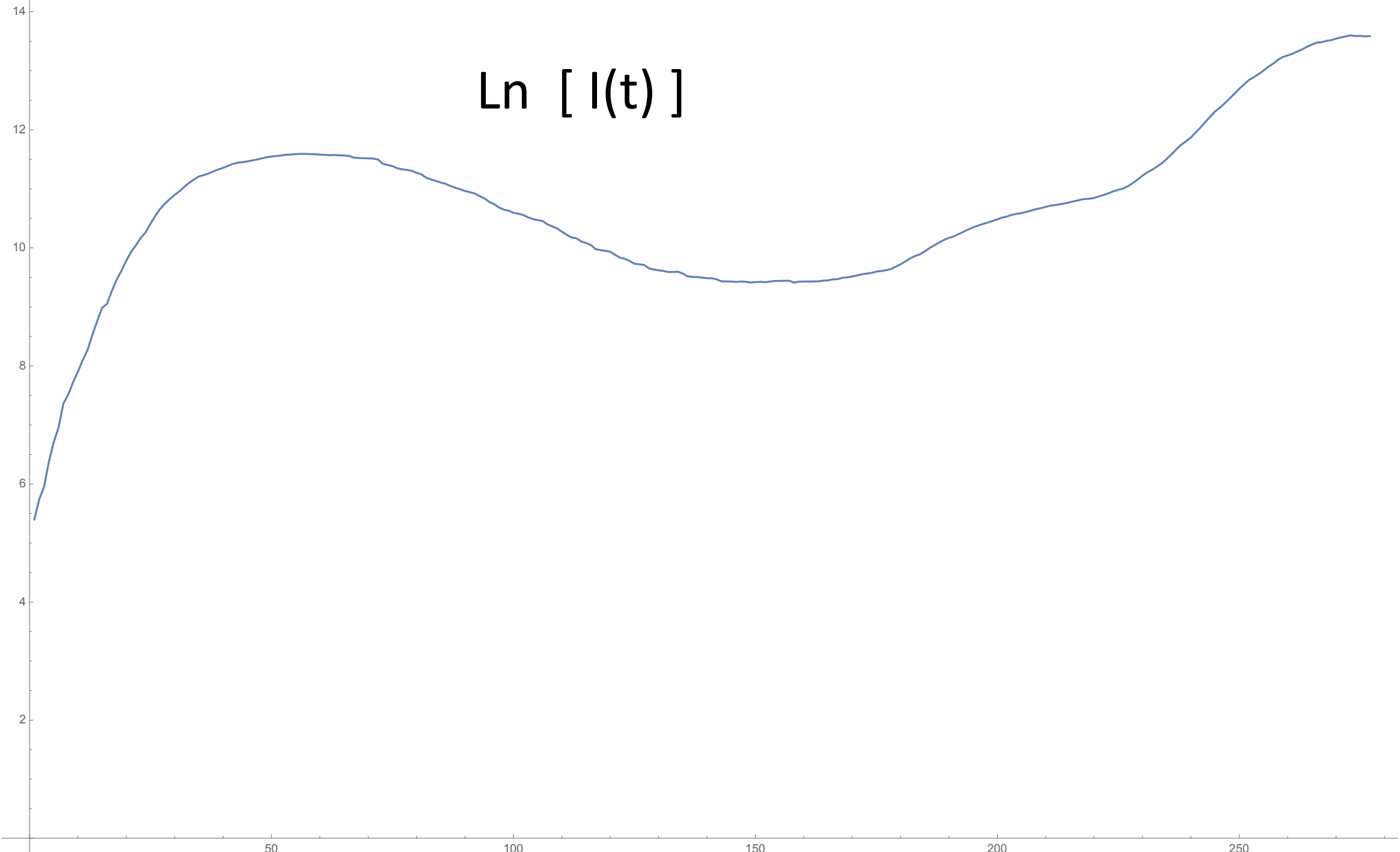
Assumendo che S(t)/N sia un numero molto vicino a 1:

$$(1/I(t) d I(t)/dt + \gamma)/\gamma = \beta r /\gamma = R_0 \rightarrow R(t)$$

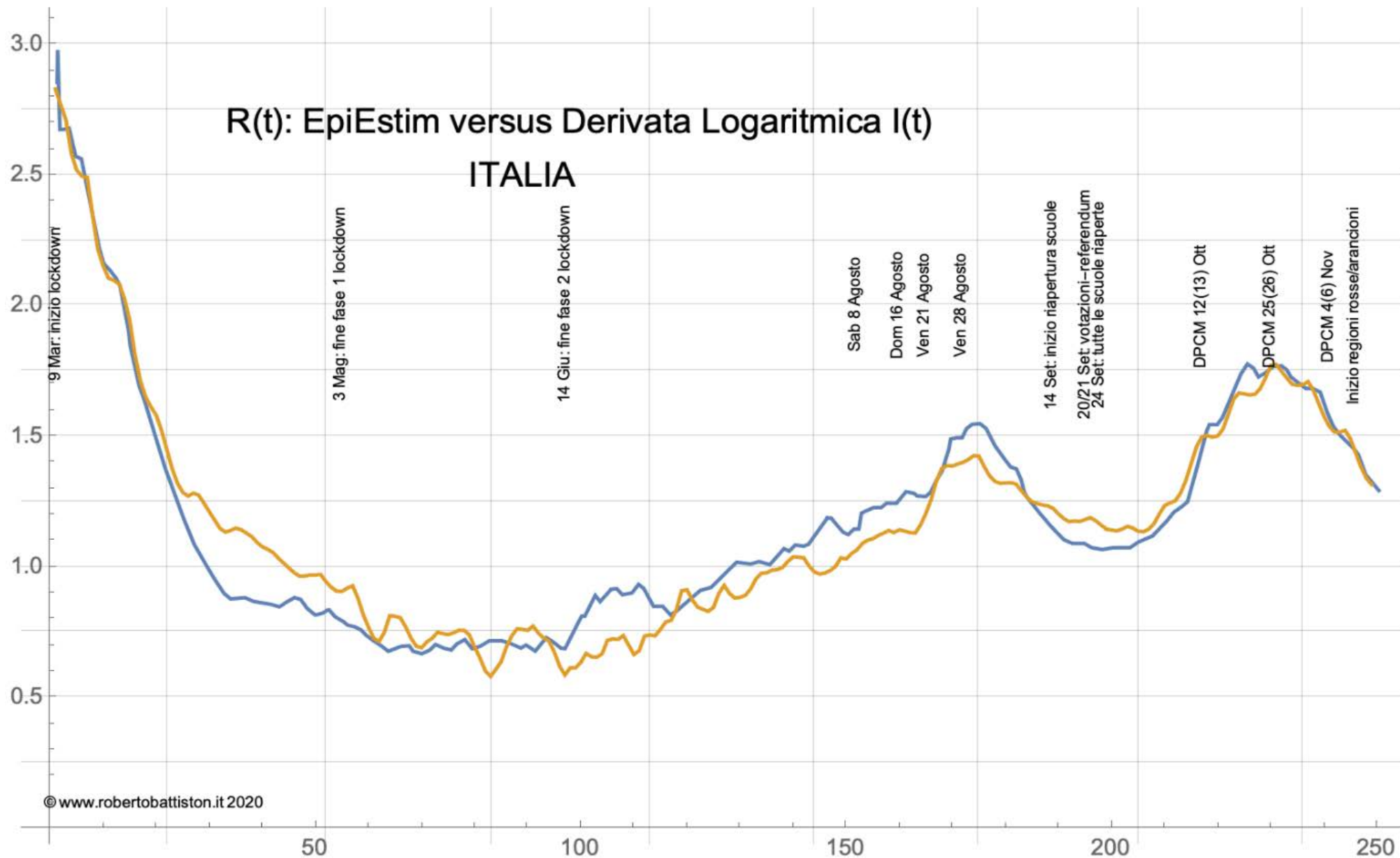
Il termine $1/I(t) d I(t)/dt$ è la derivata di $\ln(I(t))$ e si può ricavare dai dati come coefficiente angolare della tangente di $\ln(I(t))$ calcolata su un intervallo di k-giorni , tipicamente k=7; γ è una costante, che risulta circa $1/9$ giorni⁻¹ e viene ricavata dai dati epidemici [2].

FUNZIONA ?

$\text{Ln} [I(t)]$



— EpiEstim — Derivata Logaritmica I(t)

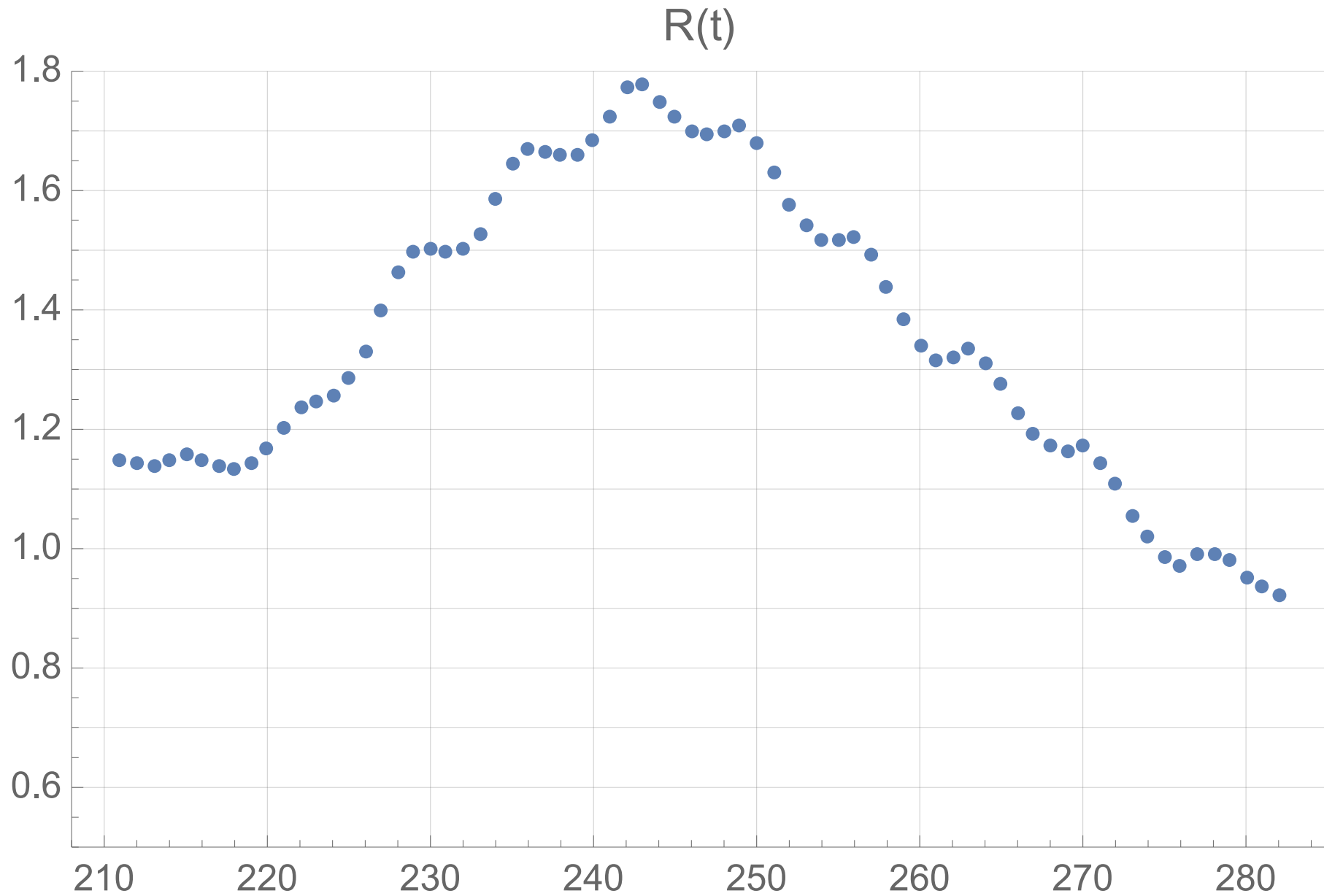


FUNZIONA !

Trovata una buona corrispondenza tra la derivata del logaritmo e $R(t)$, possiamo integrare $I(t)$ e ottenere il suo andamento futuro in funzione di $R(t)$ e/o di una sua estrapolazione.

E' quello che è stato possibile fare agli inizi di novembre 2020 quando si è visto che $R(t)$ a livello nazionale stava calando linearmente, molto probabilmente a causa dell'insieme di DPCM che dal 12 ottobre hanno limitato la mobilità prima e le scuole in presenza poi.

R(t) ottenuto dal coefficiente angolare del fit lineare su 7 giorni della tangente di $d\ln(I(t))/dt$.
Periodo: 20 settembre – 2 dicembre



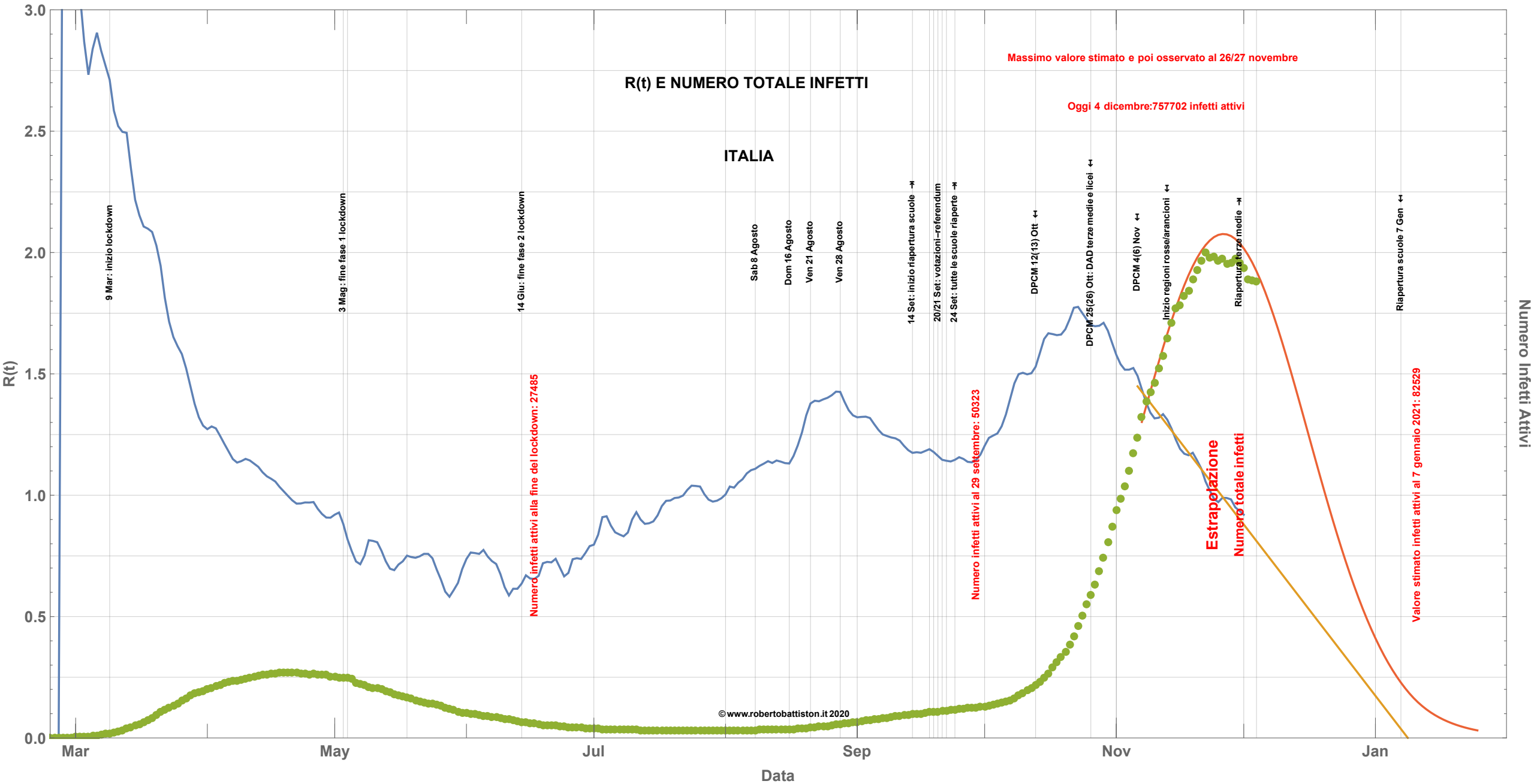
L'estrapolazione di $I(t)$ è ottenuta dall'integrazione della stessa equazione SIR da cui abbiamo ricavato $R(t)$ - ($k(t)$ fit lineare della derivata del logaritmo su 7 giorni centrati sull' i -esimo) - :

IF $R(t_i) > 0$ then:

$$I(t_n)_{\text{ext}} = I_0 * \prod_{i=1,n} e^{k(t_i)t_i}$$

ELSE:

$$I(t_n)_{\text{ext}} = I(t_{n-1}) * e^{-\gamma}$$

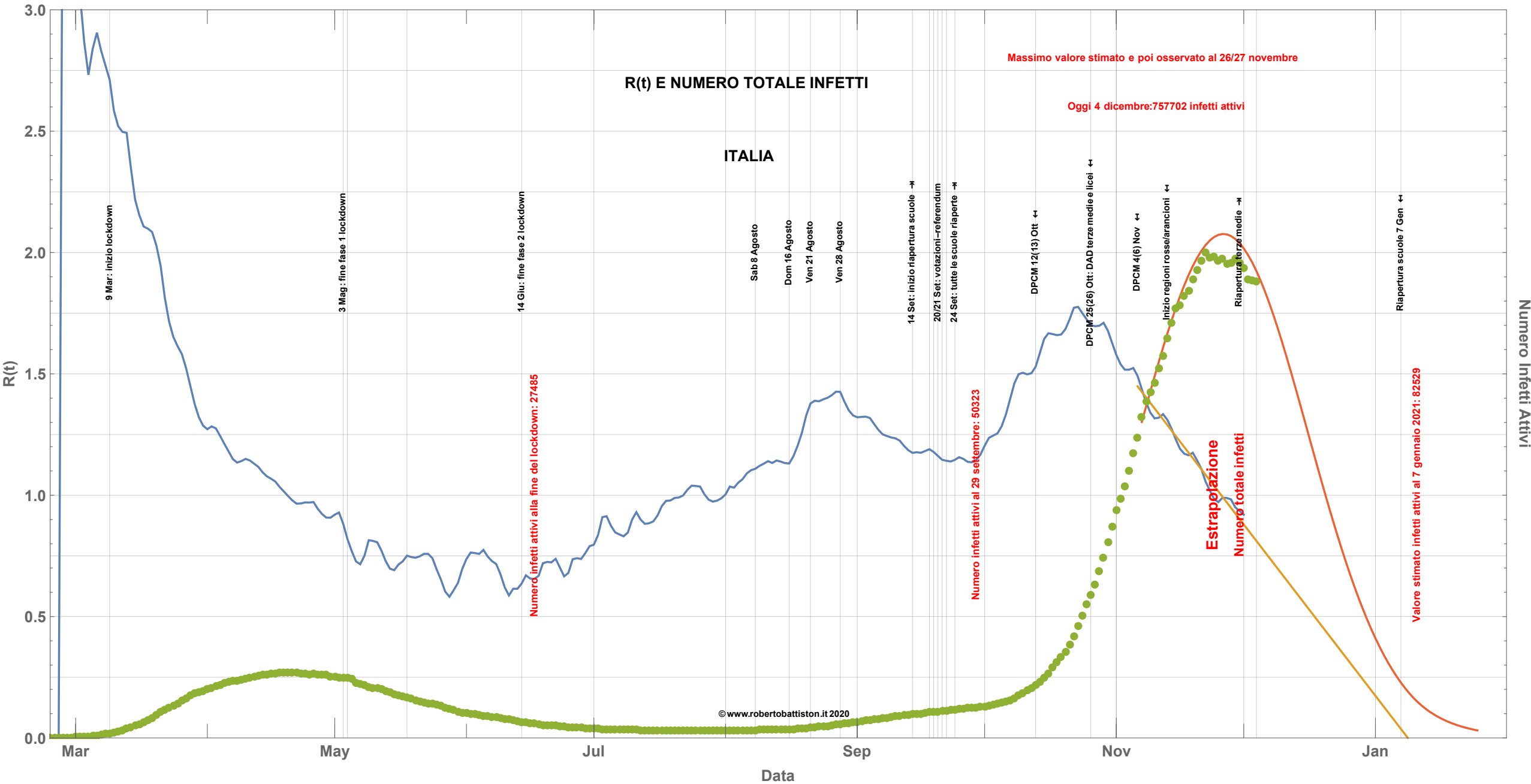


Il picco dell'epidemia? Il 27 novembre. “Ma i contagi rallentano”,

La Repubblica, 12 novembre 2020

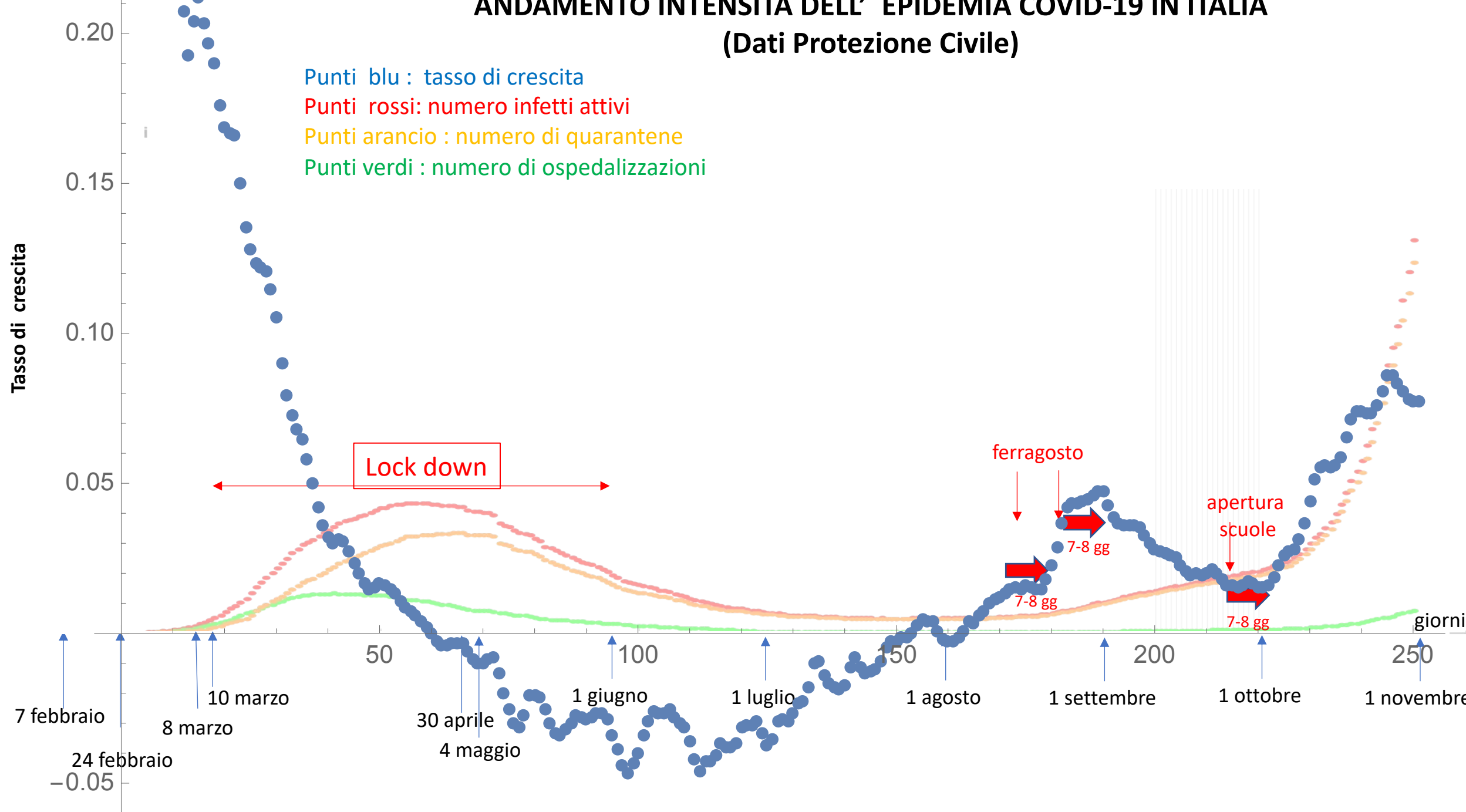
Articolo che ha attirato molta attenzione, anche molto scetticismo e quindi poi sorpresa, da parte dell'opinione pubblica, del tutto impreparata al fatto che fosse relativamente facile anticipare il comportamento dell'epidemia in condizioni sociali “stabili” usando strumenti matematici ispirati ai modelli epidemiologici

- Introduzione alla «modellizzazione compartimentale», il modello SIR
- Applicazione del modello SIR al periodo del lockdown (prima ondata).
- Problema della qualità dei dati messi a disposizione
- Il caso da manuale : il funerale ROM in Molise.
- La transizione dalla prima alla seconda ondata mesi di luglio – settembre
- La seconda ondata di ottobre e la difficoltà di continuare ad utilizzare il modello SIR in condizioni ambientali fortemente variabili nel tempo
- Introduzione di $R^*(t)$ come derivata logaritmica - rientra in gioco il modello SIR- e confronto con $R(t)$: vantaggi per la comprensione e l'analisi dell'andamento temporale dell'epidemia
- **Analisi dell'andamento in agosto 2020: effetto ferragosto**
- **Analisi dell'andamento in settembre 2020: significativo raffreddamento**
- **La ripartenza dell'epidemia alla fine di settembre 2020: la questione della riapertura delle scuole e dell'improvviso aumento nelle relazioni sociali a partire da metà settembre 2020. Grave carenza nei dati relativi alle scuole.**
- Gli interventi (DPCM) di ottobre - novembre 2020 e l'effetto sull'andamento di $R(t)$ e dell'epidemia a partire dalla seconda metà di ottobre.
- La modellizzazione attuale e l'estrapolazione dell'andamento del numero di infetti attuali nel tempo.
- Q&A

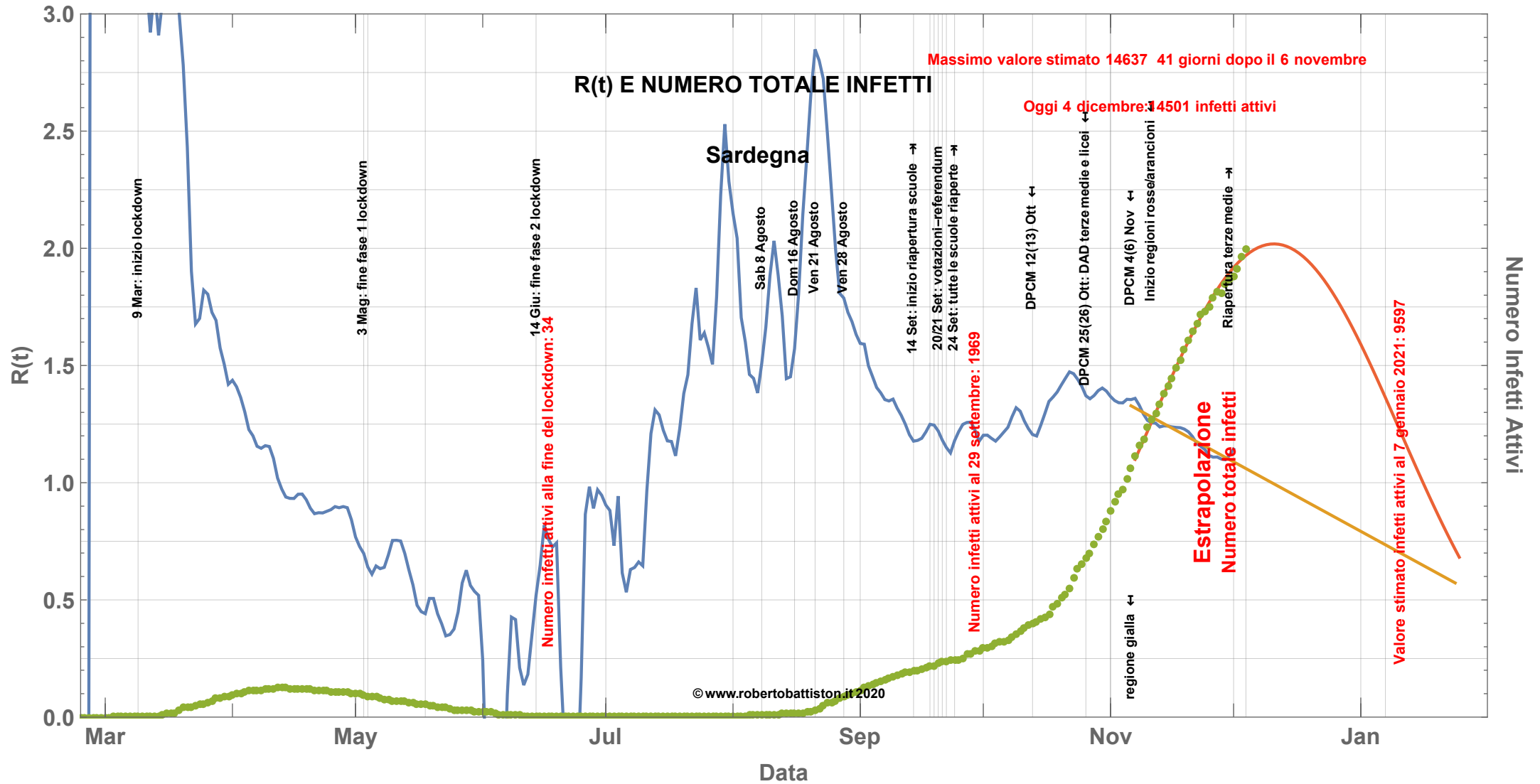


ANDAMENTO INTENSITÀ DELL' EPIDEMIA COVID-19 IN ITALIA (Dati Protezione Civile)

Punti blu : tasso di crescita
Punti rossi: numero infetti attivi
Punti arancio : numero di quarantene
Punti verdi : numero di ospedalizzazioni



Effetto Billionaire



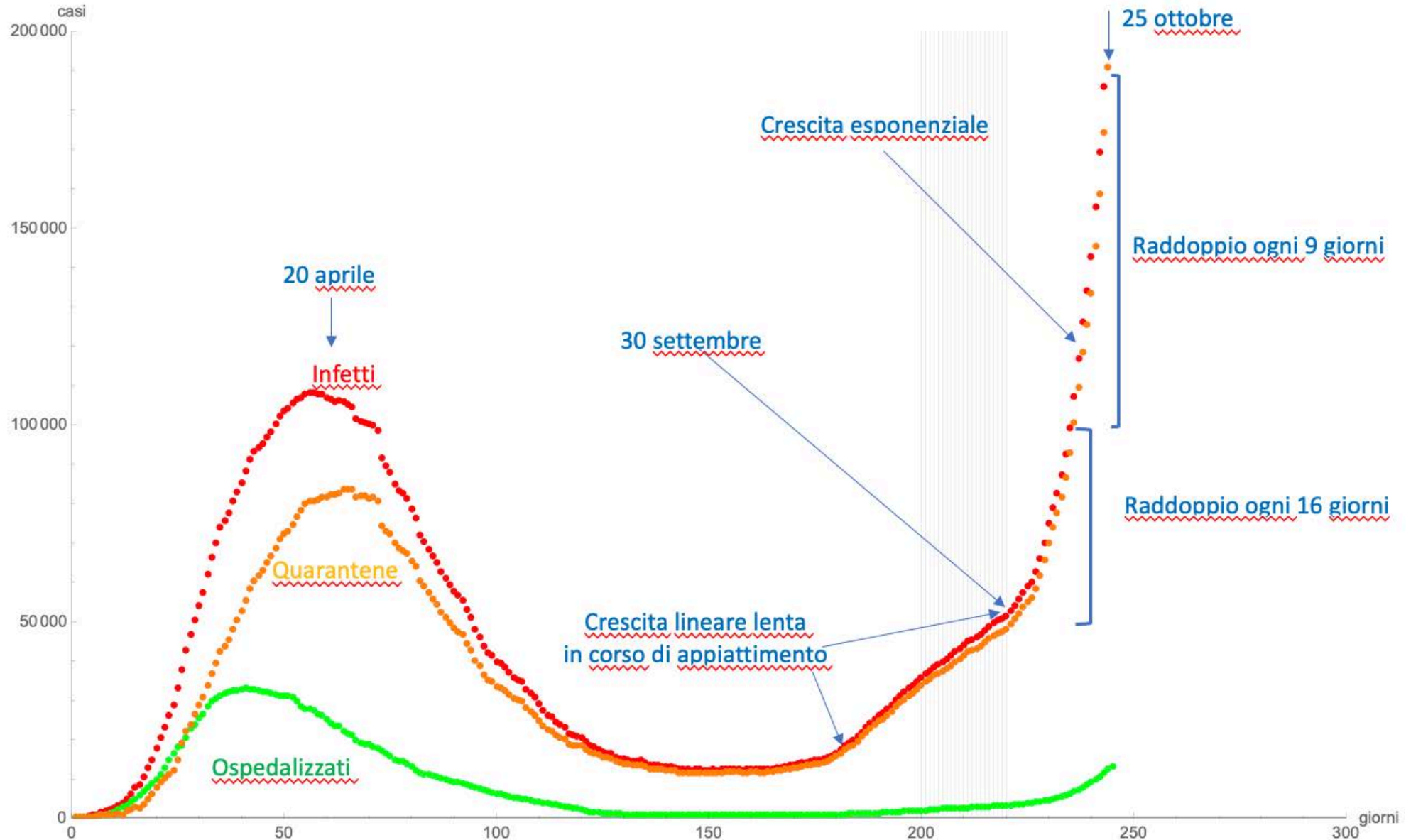
Andamento ospedalizzazioni: ITALIA

Punti rossi : Totale positivi

Punti verdi: Totale ospedalizzati

Punti arancio: Totale isolamento domiciliare

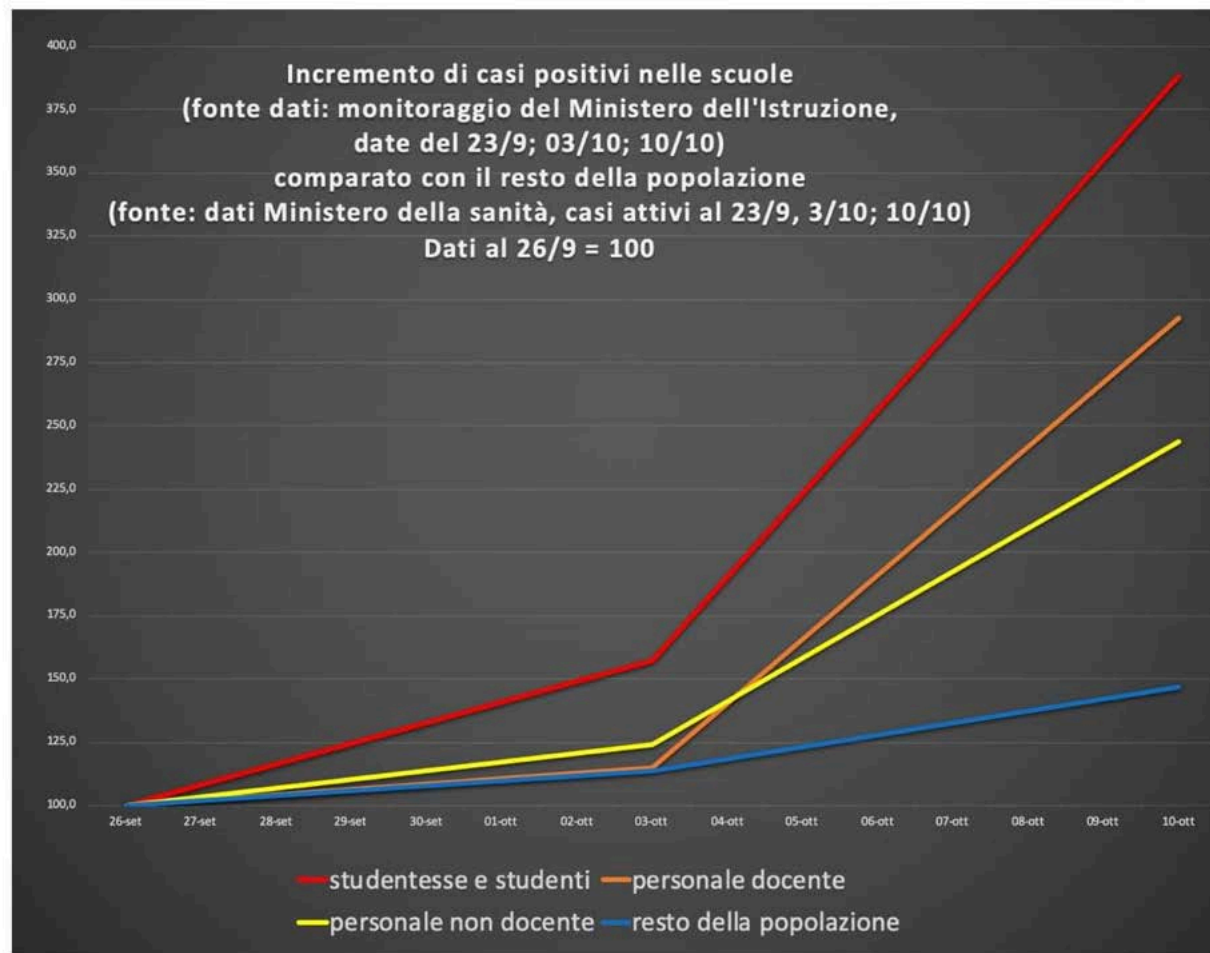
Asse orizzontale : 90 = 24 maggio, 101 = 3 giugno, 210 = 20 settembre



- [Per le scuole riaperte 30 milioni di contatti. L'ondata di ottobre spiegata dai numeri](#), La Repubblica, 3 novembre 2020
- [I dati dicono che è urgente passare alla didattica a distanza](#), Corriere della Sera, 24 ottobre 2020
- [Una tempesta perfetta](#), Huffington Post 24 ottobre 2020
- Huffington Post [La curva dei contagi sale, gli indizi puntano verso gli studenti](#) 21 ottobre 2020
- Il Giornale: [Al Sud i nuovi casi in crescita velocissima. Gli ospedali lombardi ora senza problemi](#), 11 Ottobre 2020

Dati sulla scuola
prime tre
settimane....

poi basta



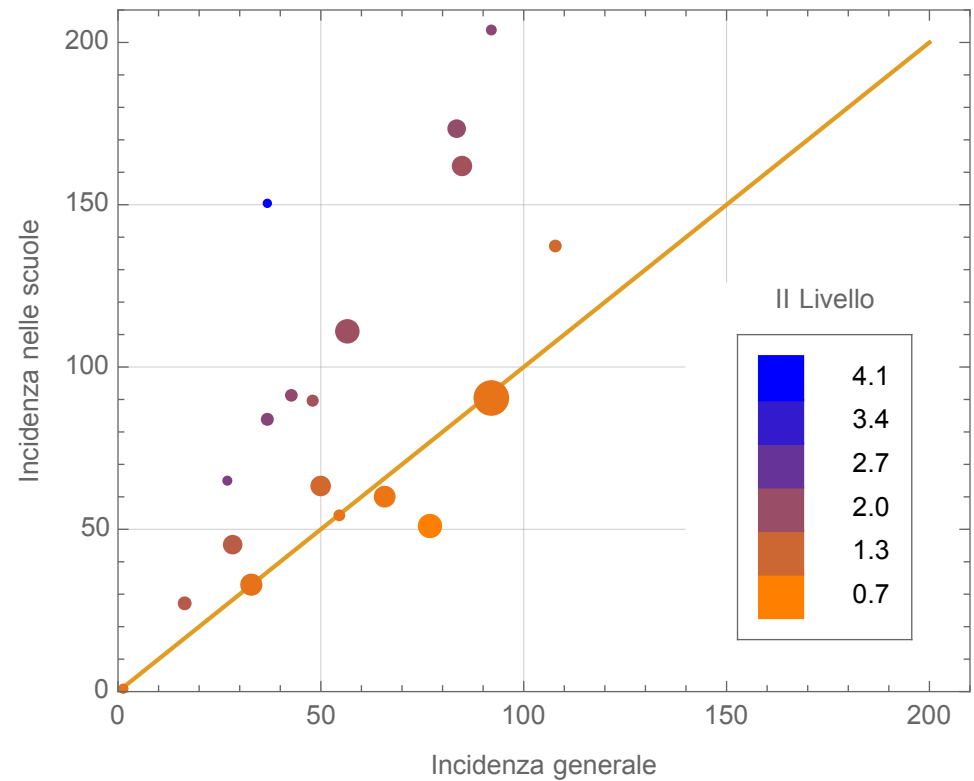
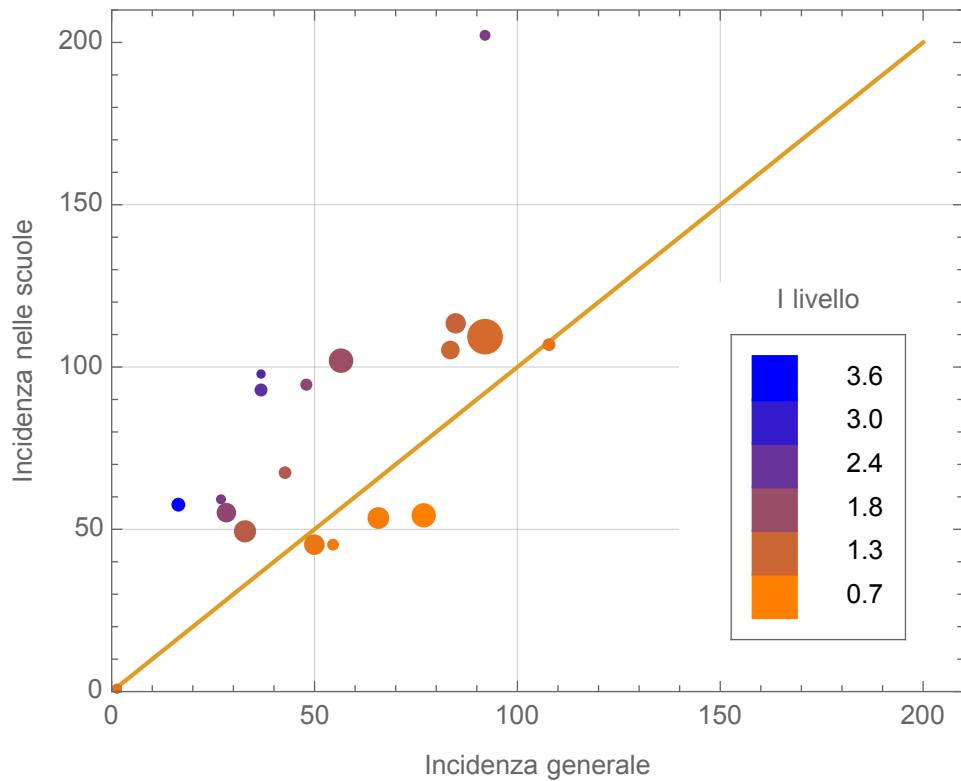
data	CASI ATTIVI					INCREMENTO % CASI ATTIVI			
	studentesse e studenti	personale docente	personale non docente	resto della popolazione	totale	studentesse e studenti	personale docente	personale non docente	resto della popolazione
26-set	1492	349	116	46236	48193	100,0	100,0	100,0	100,0
03-ott	2348	402	144	52672	55566	157,4	115,2	124,1	113,9
10-ott	5793	1020	283	67733	74829	388,3	292,3	244,0	146,5

Fonti: Monitoraggio Miur per studentesse, studenti, personale docente e non docente; per il resto:

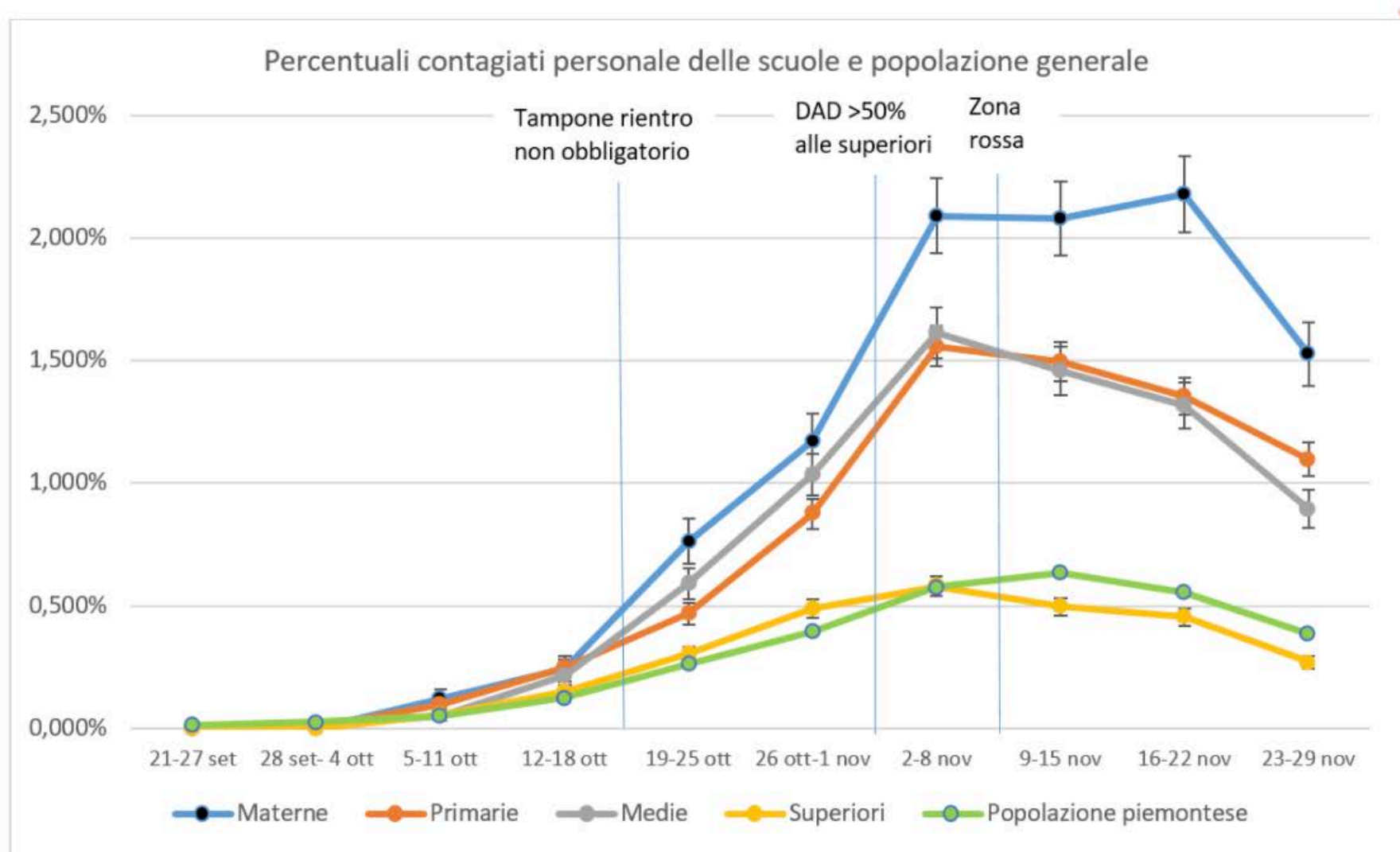
<https://lab.gedidigital.it/gedi-visual/2020/coronavirus-i-contagi-in-italia/>

30 novembre 2020

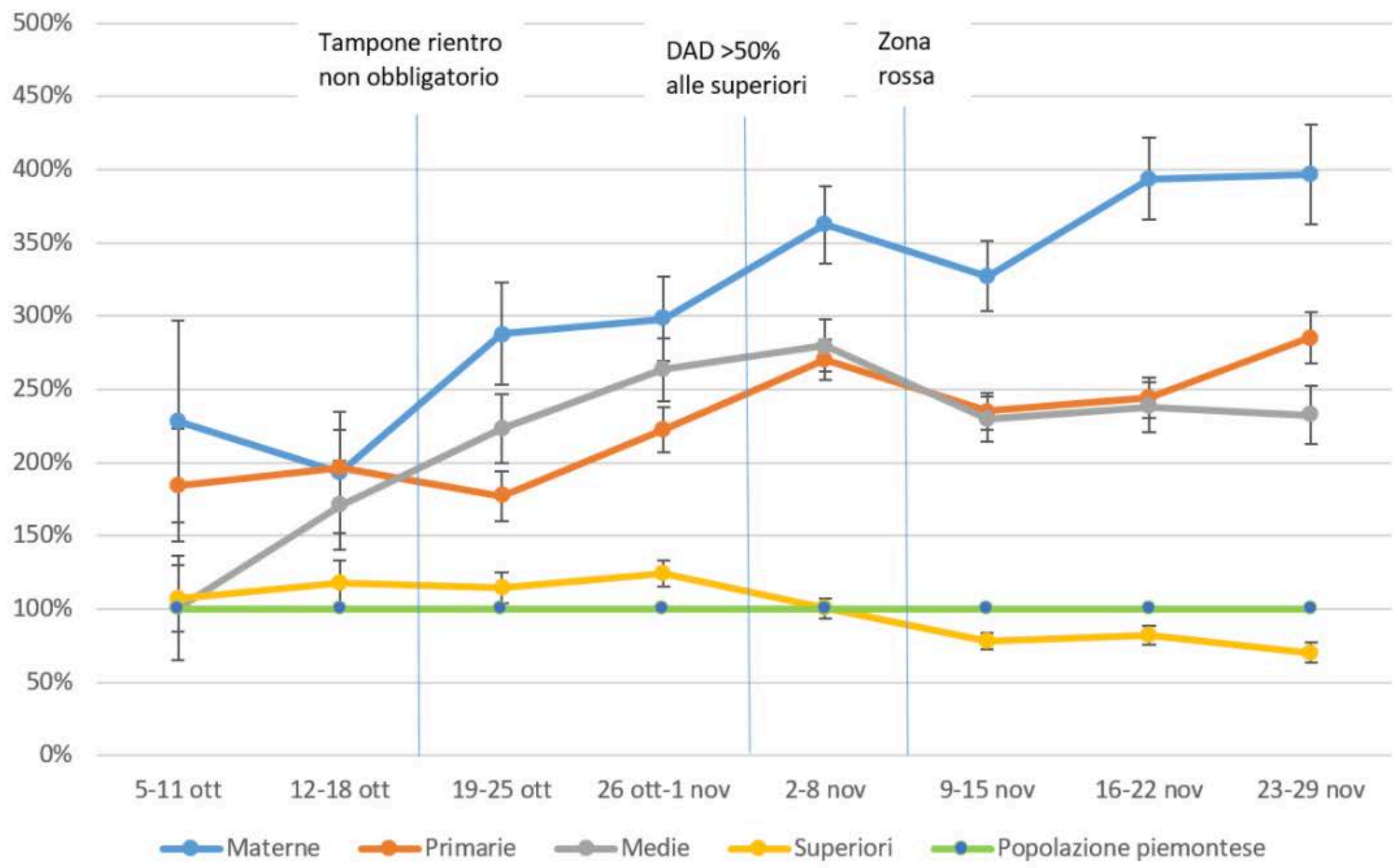
Dati ottenuti da WIRED dopo una richiesta FOIA al Ministero Istruzione



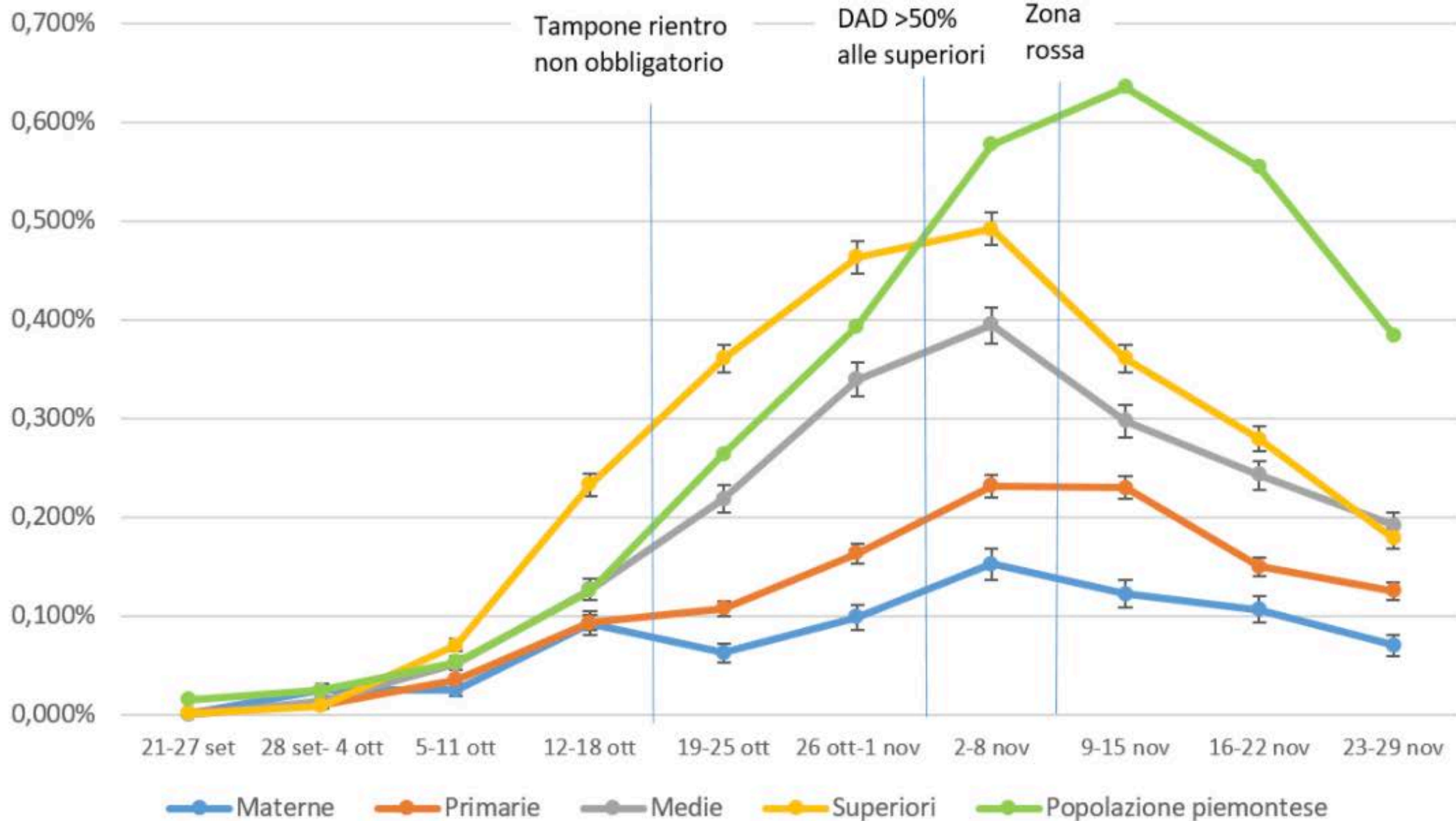
<https://alessandroferrettiblog.wordpress.com/2020/12/07/cade-il-velo-sui-contagi-nelle-scuole-piemontesi-il-personale-da-due-a-quattro-volte-piu-esposto-della-media-la-situazione-nelle-materne-e-drammatica-solo-le-superiori-si-salvano-grazie-alla-dad/>



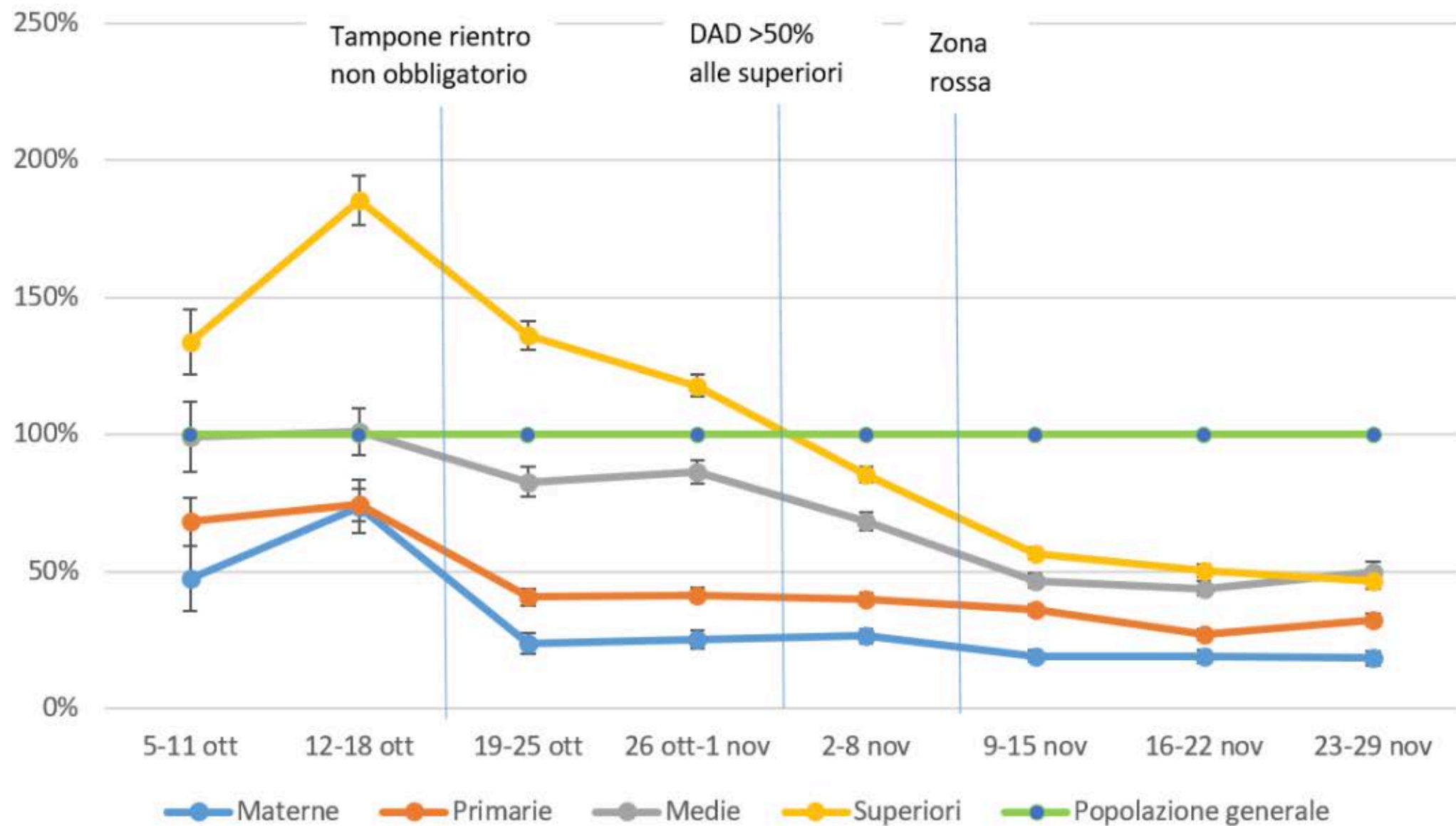
Contagi nel personale scolastico rispetto alla popolazione generale



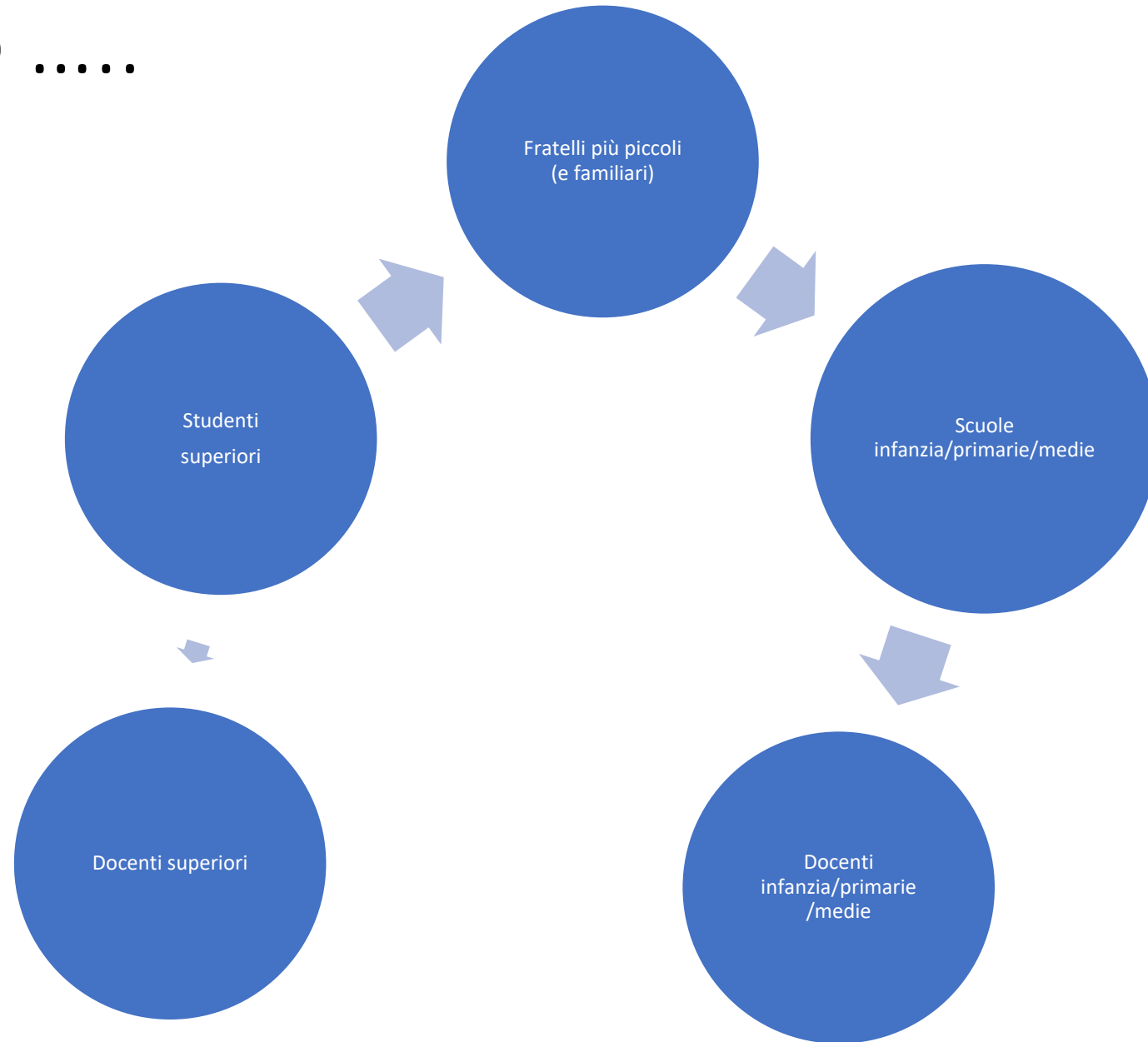
Percentuale contagiati studenti delle scuole e popolazione generale



Incidenza del contagio tra gli studenti rispetto alla popolazione generale



Possibile interpretazione della propagazione del contagio



- Introduzione alla «modellizzazione compartimentale», il modello SIR
- Applicazione del modello SIR al periodo del lockdown (prima ondata).
- Problema della qualità dei dati messi a disposizione
- Il caso da manuale : il funerale ROM in Molise.
- La transizione dalla prima alla seconda ondata mesi di luglio – settembre
- La seconda ondata di ottobre e la difficoltà di continuare ad utilizzare il modello SIR in condizioni ambientali fortemente variabili nel tempo
- Introduzione di $R^*(t)$ come derivata logaritmica - rientra in gioco il modello SIR- e confronto con $R(t)$: vantaggi per la comprensione e l'analisi dell'andamento temporale dell'epidemia
- Analisi dell'andamento in agosto 2020: effetto ferragosto
- Analisi dell'andamento in settembre 2020: significativo raffreddamento
- La ripartenza dell'epidemia alla fine di settembre 2020: la questione della riapertura delle scuole e dell'improvviso aumento nelle relazioni sociali a partire da metà settembre 2020. Grave carenza nei dati relativi alle scuole.
- **Gli interventi (DPCM) di ottobre - novembre 2020 e l'effetto sull'andamento di $R(t)$ e dell'epidemia a partire dalla seconda metà di ottobre.**
- **La modellizzazione attuale e l'estrapolazione dell'andamento del numero di infetti attuali nel tempo.**
- Q&A

Estrapolazione di $I(t)$

Corriere della Sera 2 Dicembre *Se continuiamo a fare I bravi $R(t)$ a zero fra un mese*

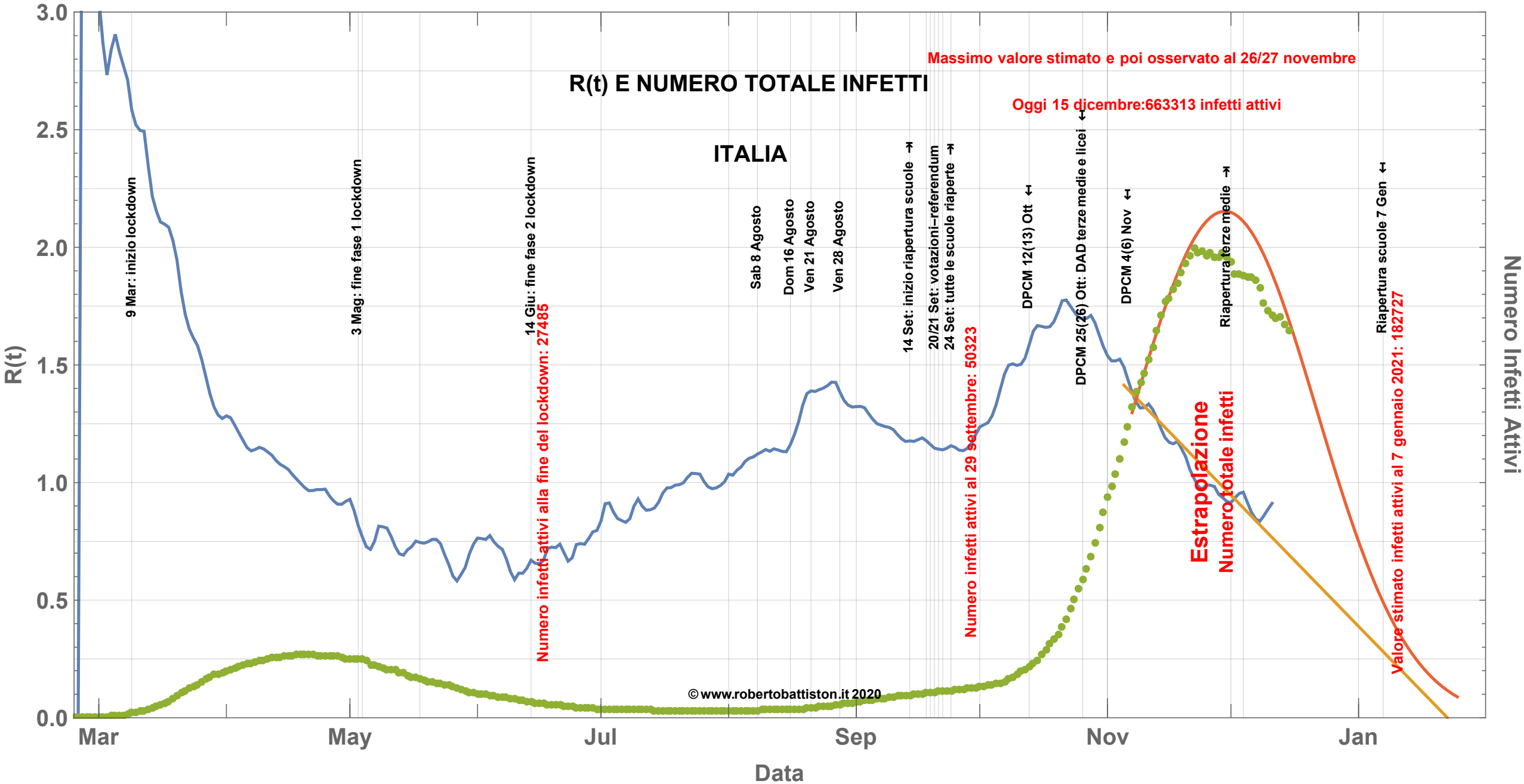
Ottenuta semplicemente dall' integrazione della curva assumendo un dato andamento (lineare per ora) di $R(t)$

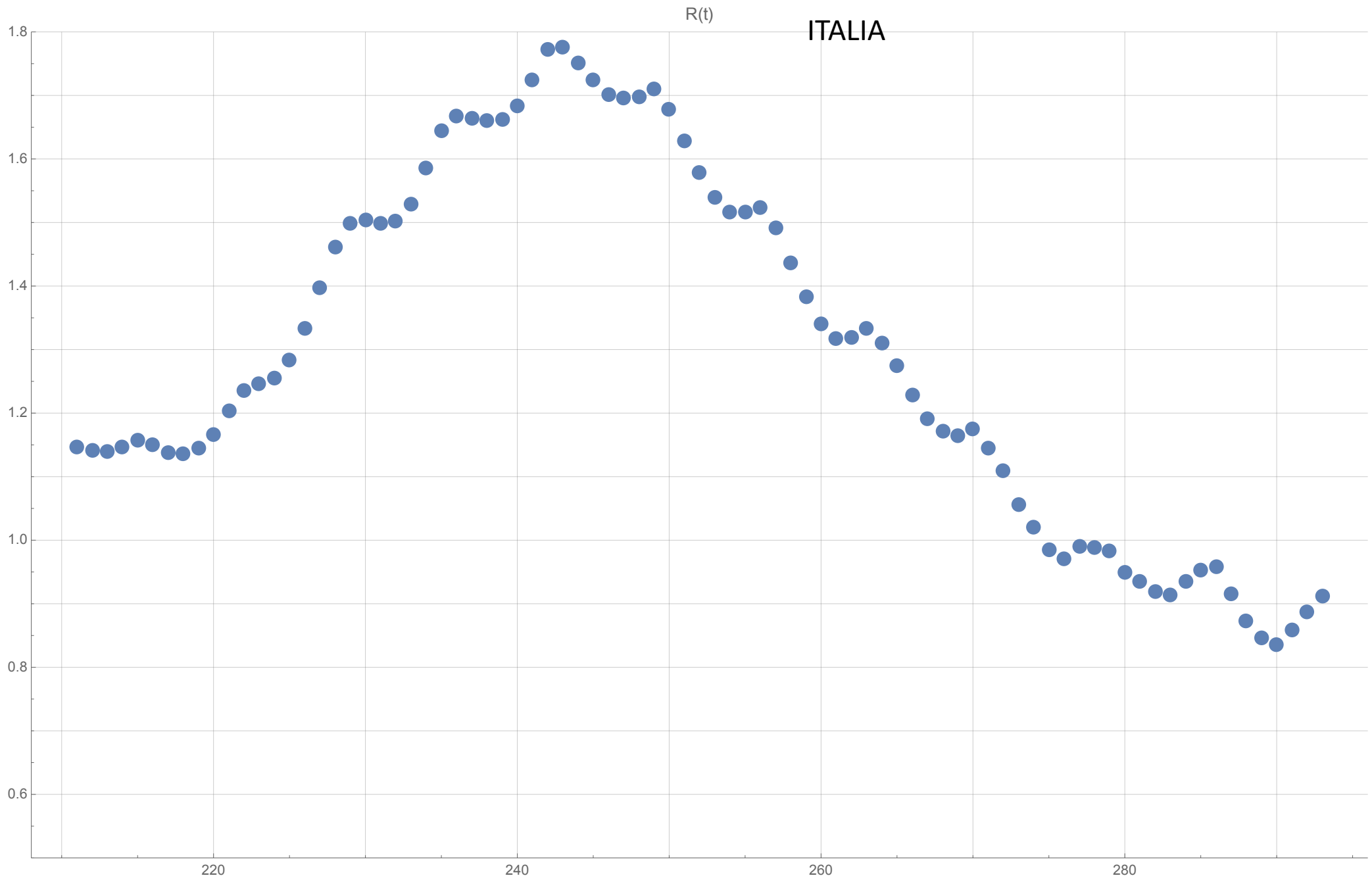
Dal 6 al 27 novembre l'estrapolazione lineare ha anticipato bene i dati nazionali e continua ad essere valida alla fine della prima settimana di dicembre.

D. Fino a quando continuerà a valere l'estrapolazione lineare di $R(t)$?

R. Dipende dai comportamenti regionali: la situazione nazionale è la composizione pesata di 21 situazioni locali che a loro volta sono in evoluzione (DPCM, regioni di diversi colori etc.).

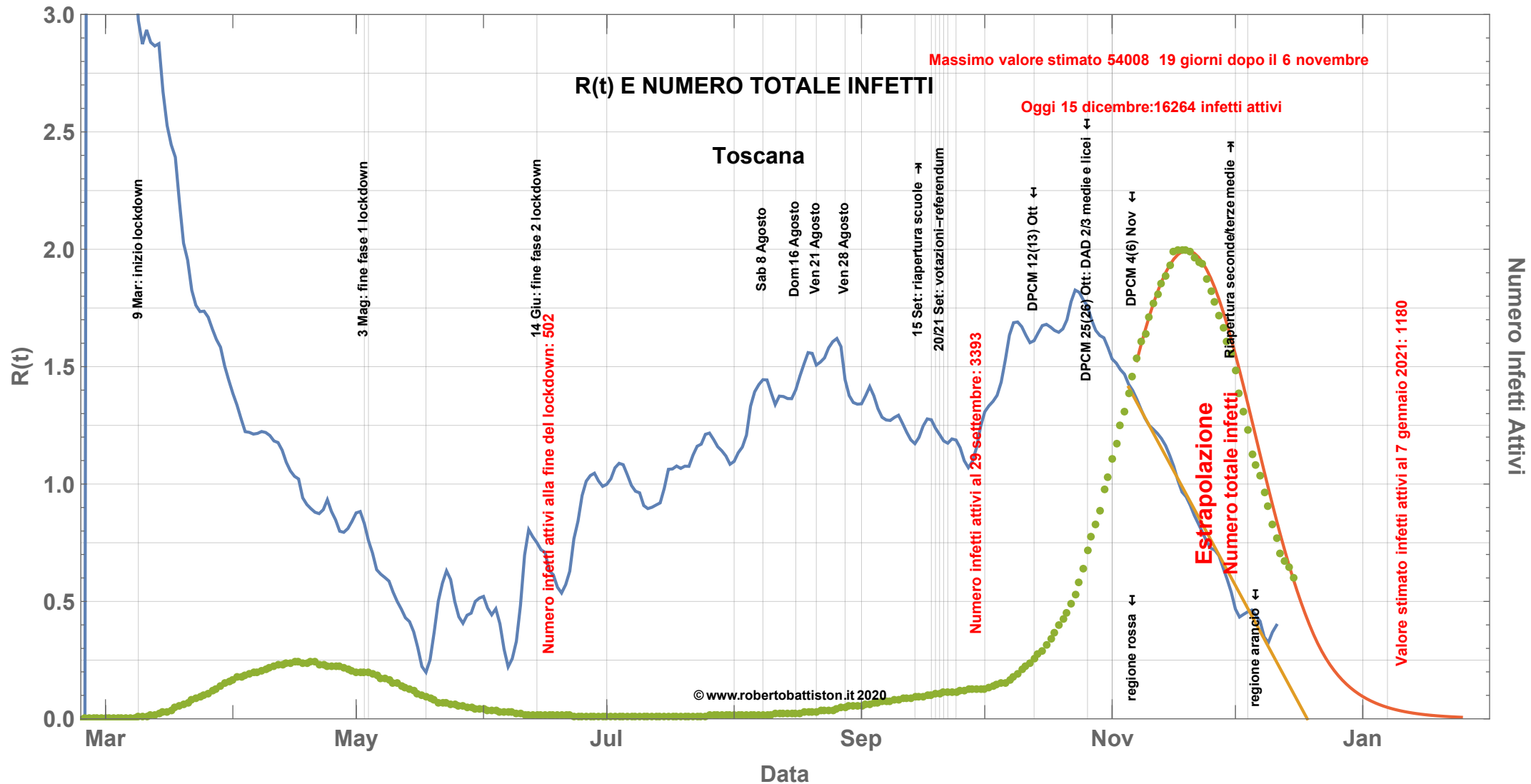
D. Come funziona questa analisi con le varie regioni ?





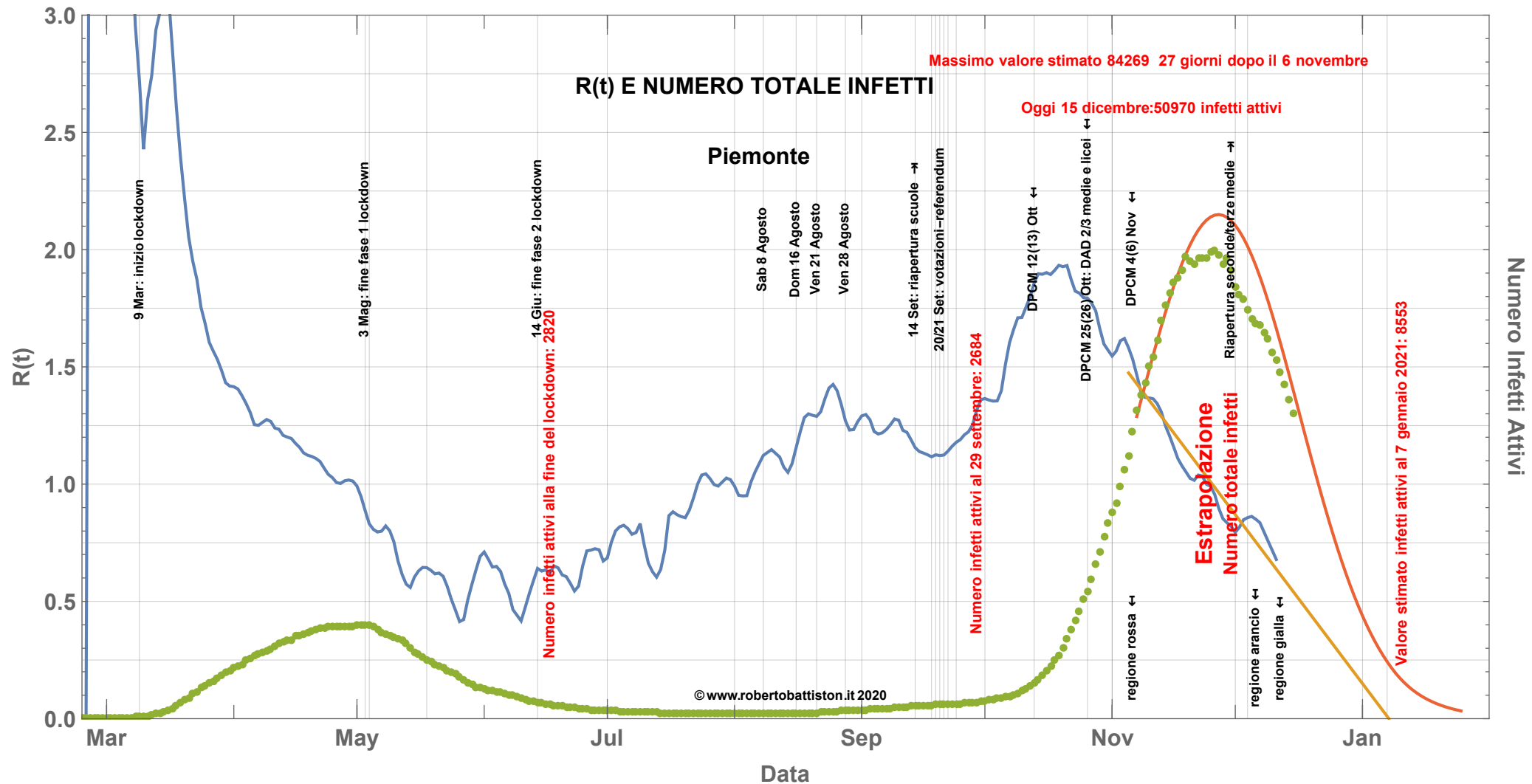
Aggiornamento al 15 dicembre

a) le regioni "più rapide nel recupero"



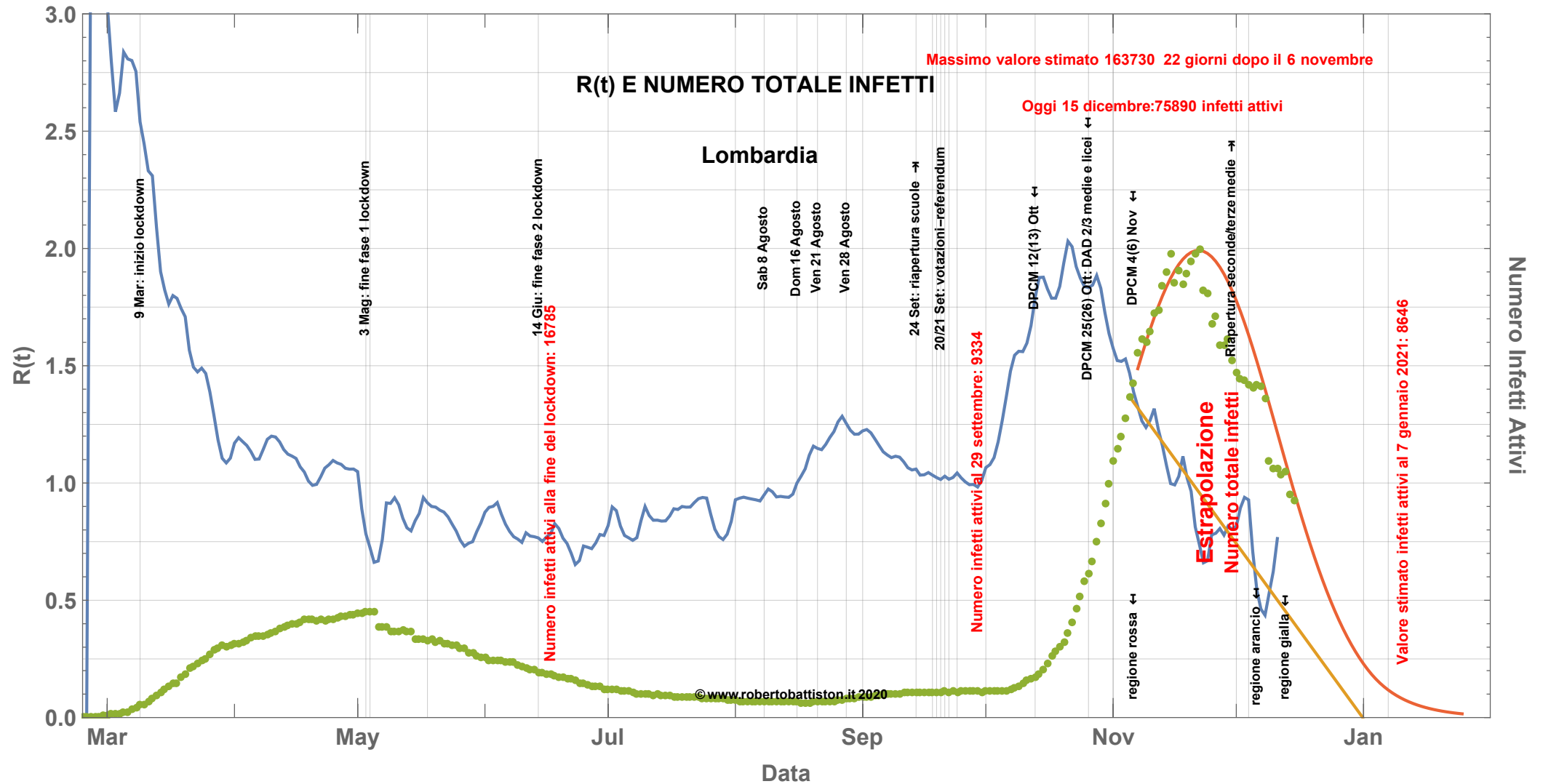
Aggiornamento al 15 dicembre

a) le regioni "più rapide nel recupero"



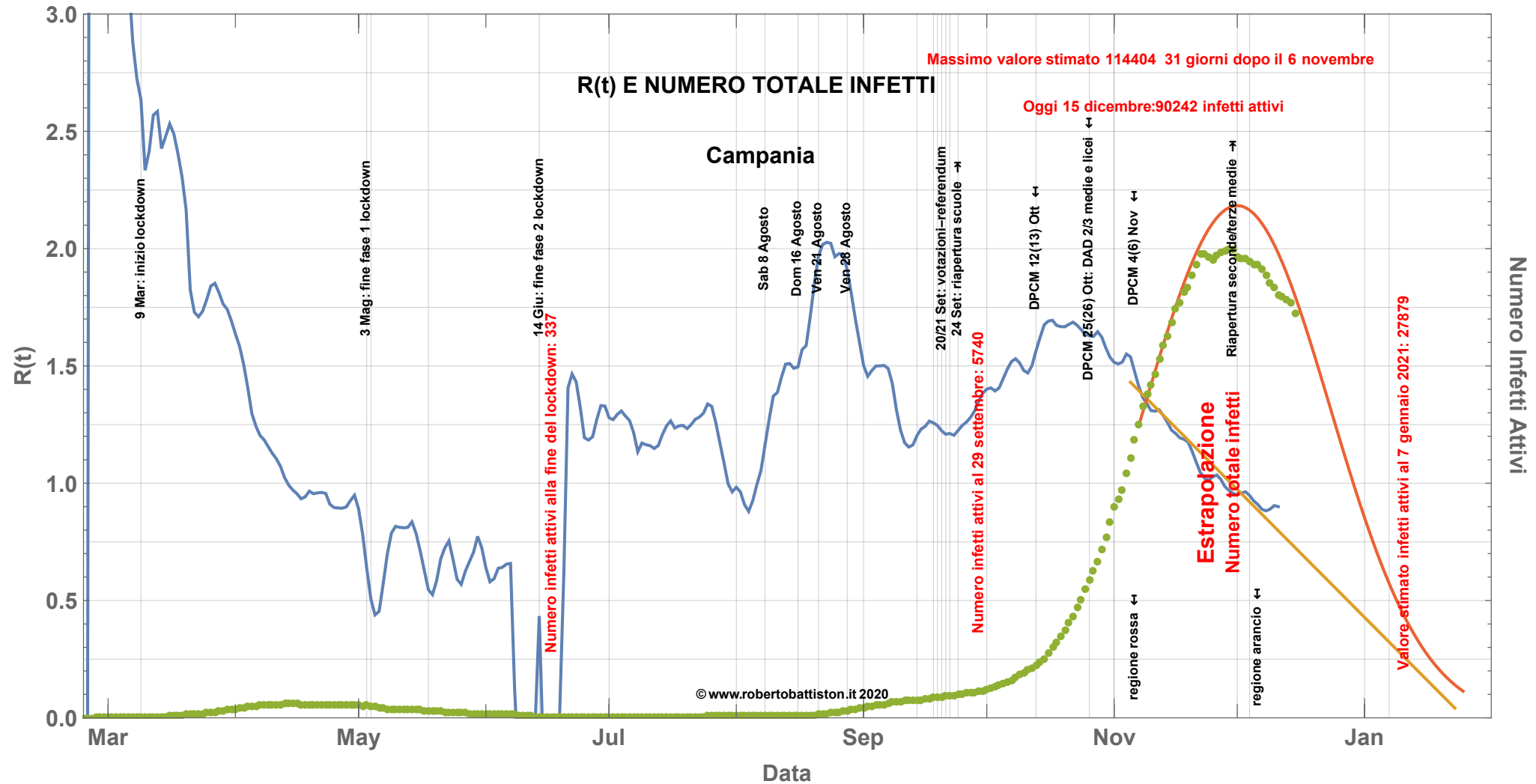
Aggiornamento al 15 dicembre

a) le regioni "più rapide nel recupero"



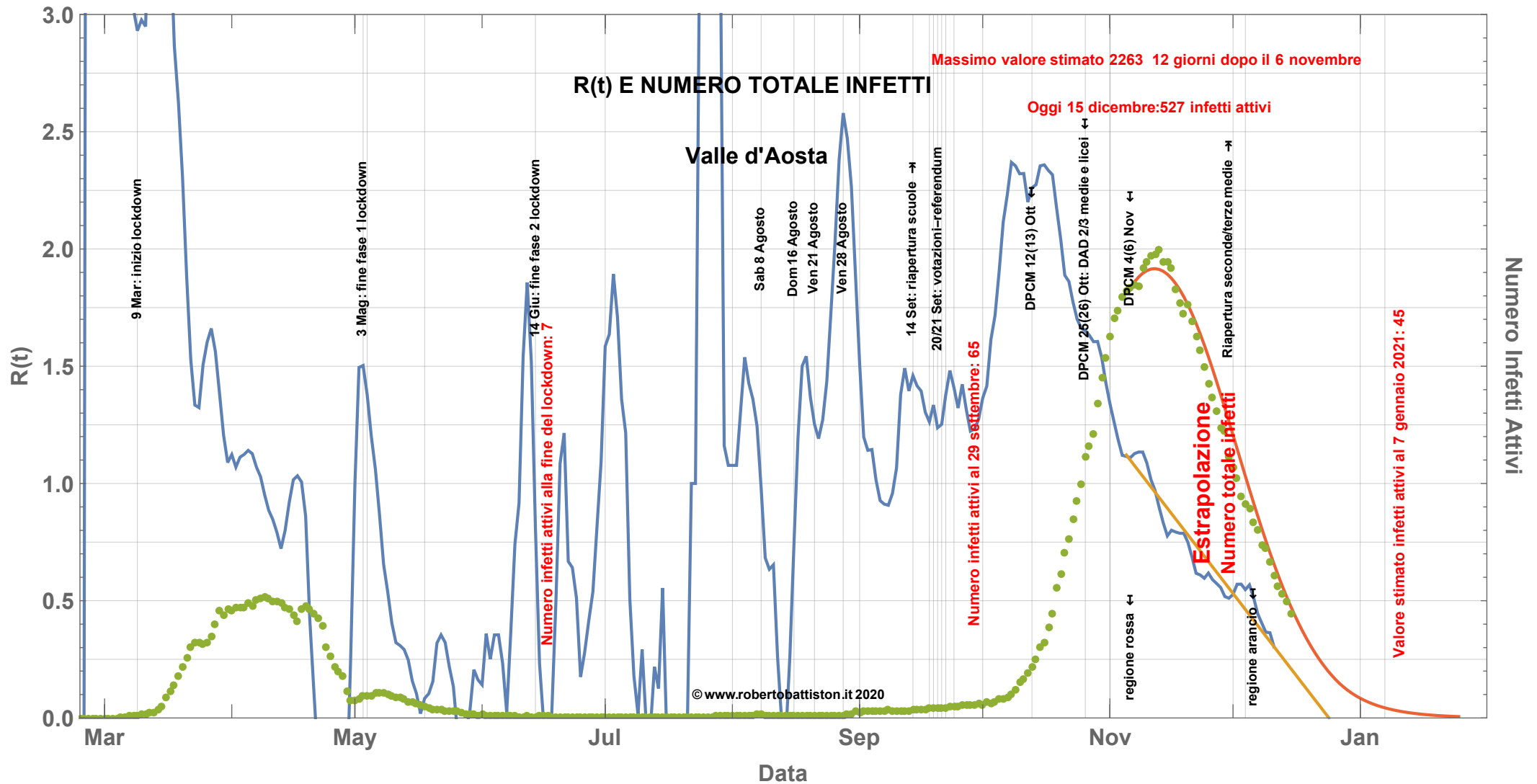
Aggiornamento al 15 dicembre

a) le regioni "più rapide nel recupero"



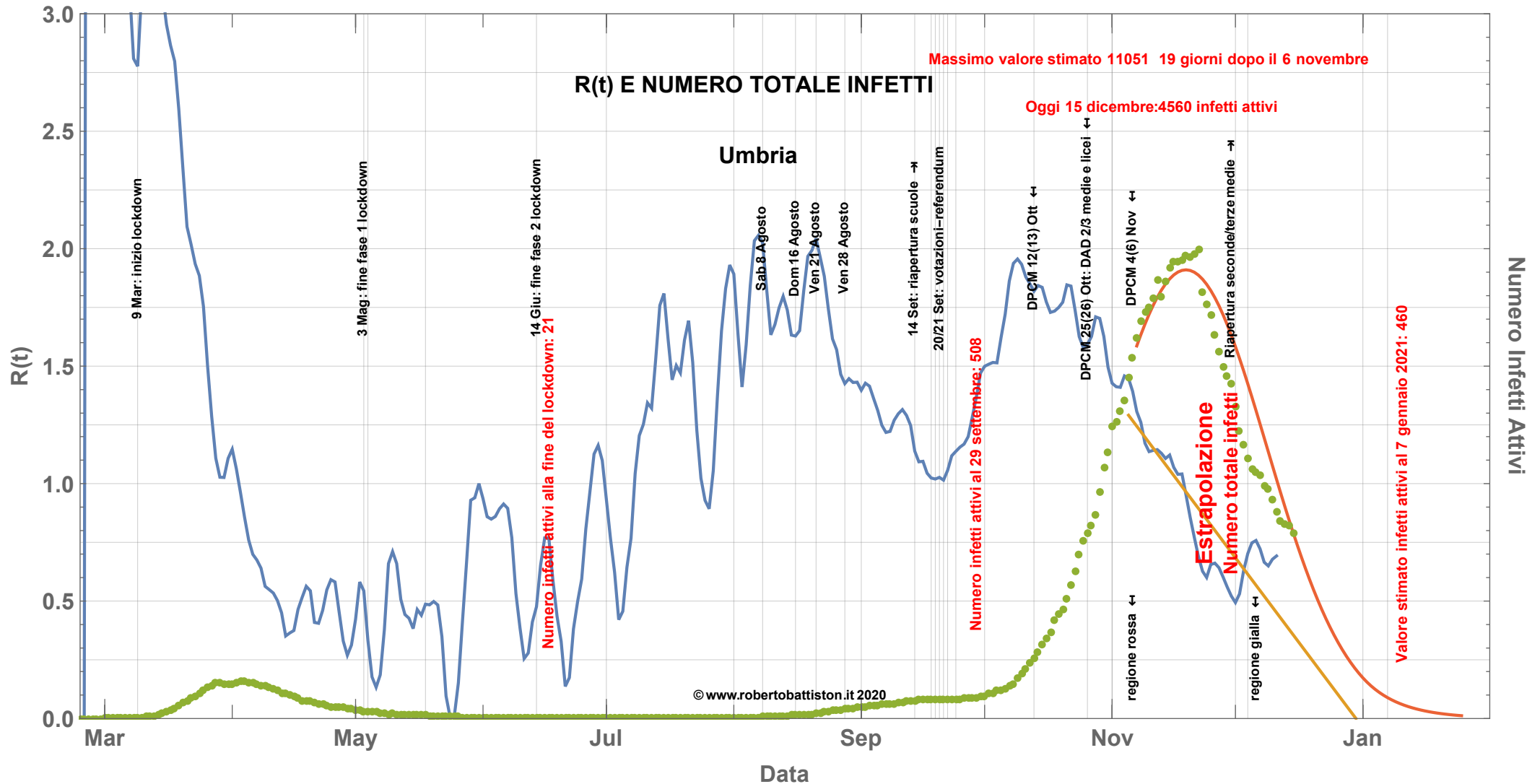
Aggiornamento al 15 dicembre

a) le regioni "più rapide nel recupero"



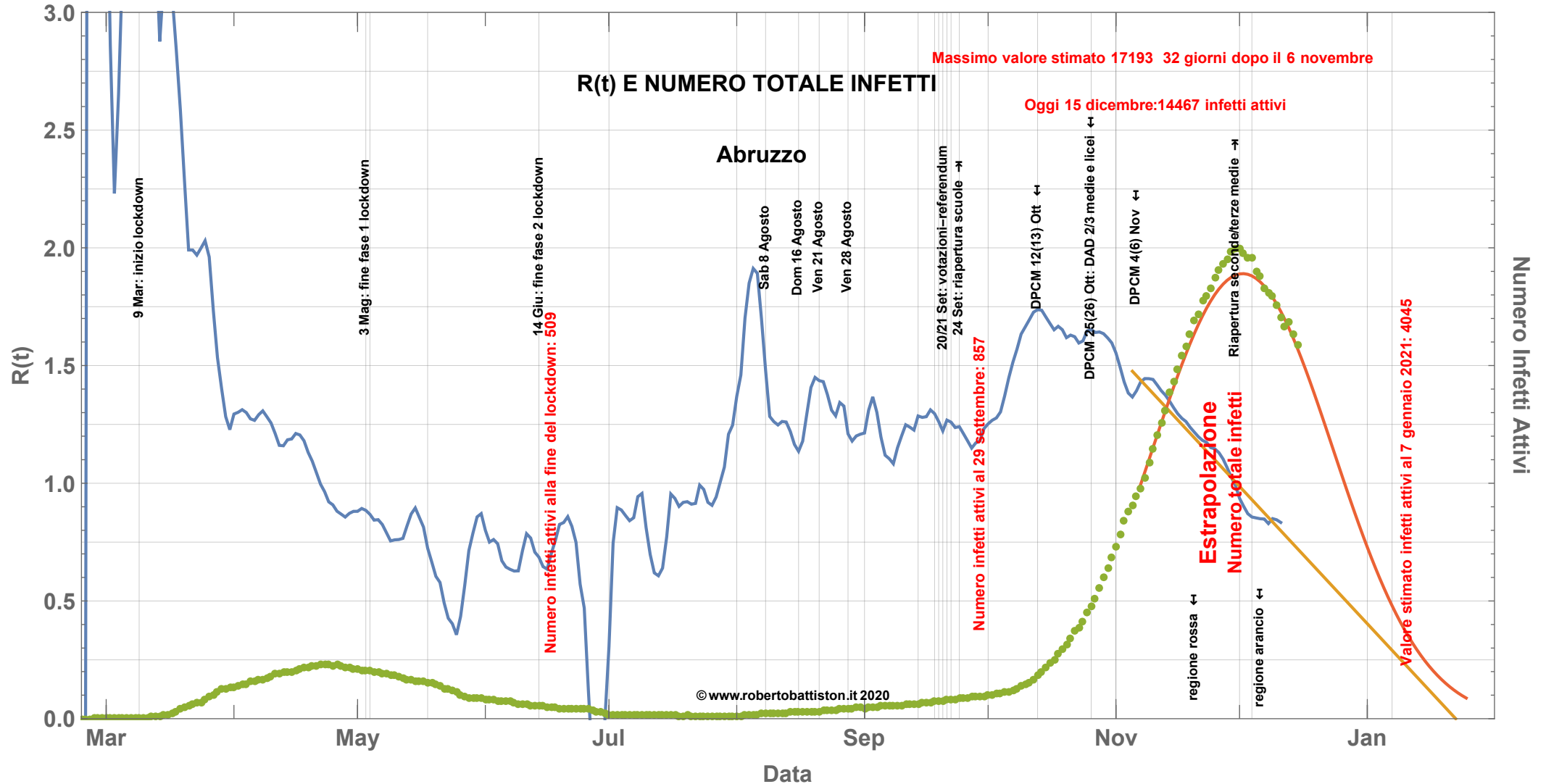
Aggiornamento al 15 dicembre

a) le regioni "più rapide nel recupero"



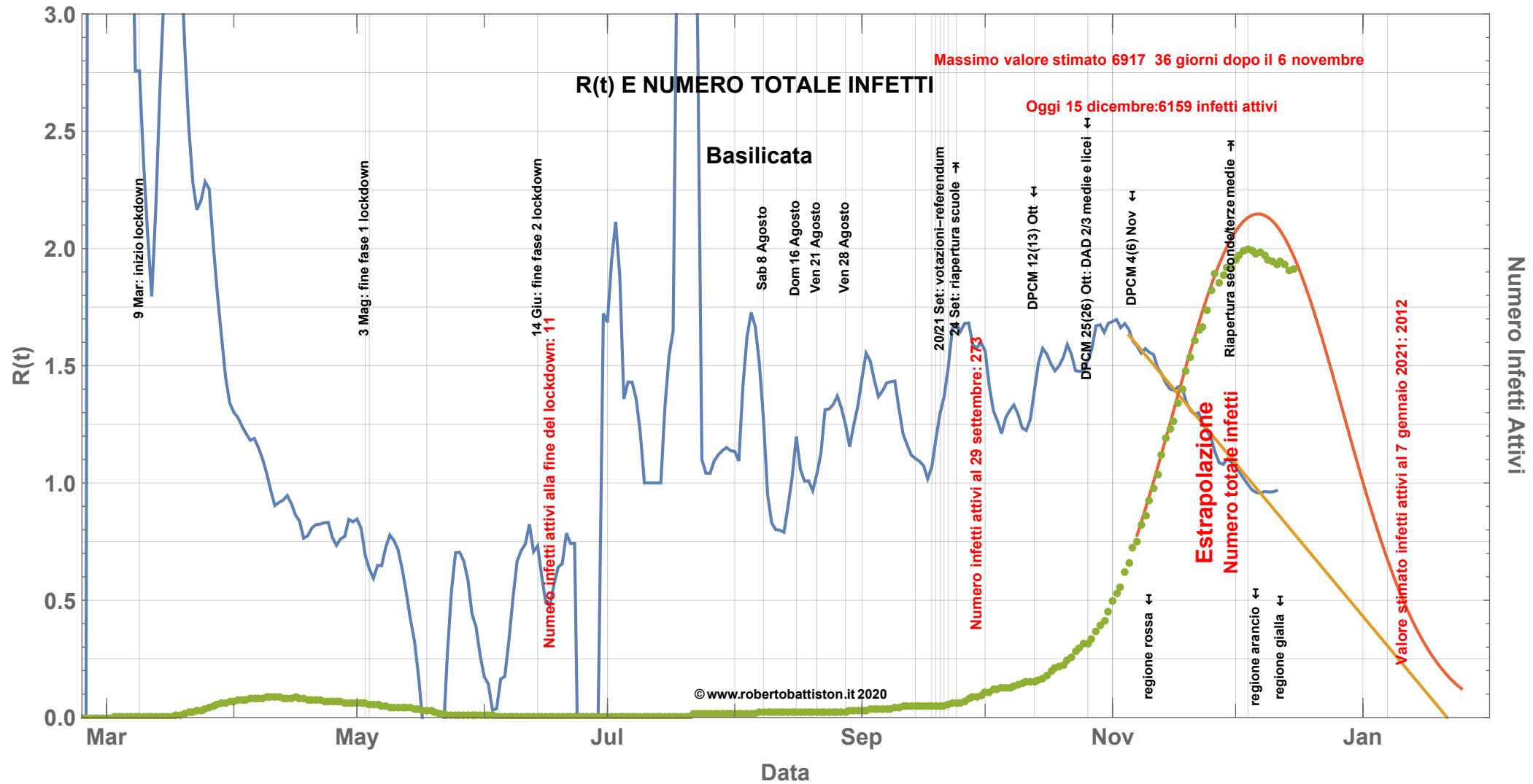
Aggiornamento al 15 dicembre

b) le regioni "intermedie"



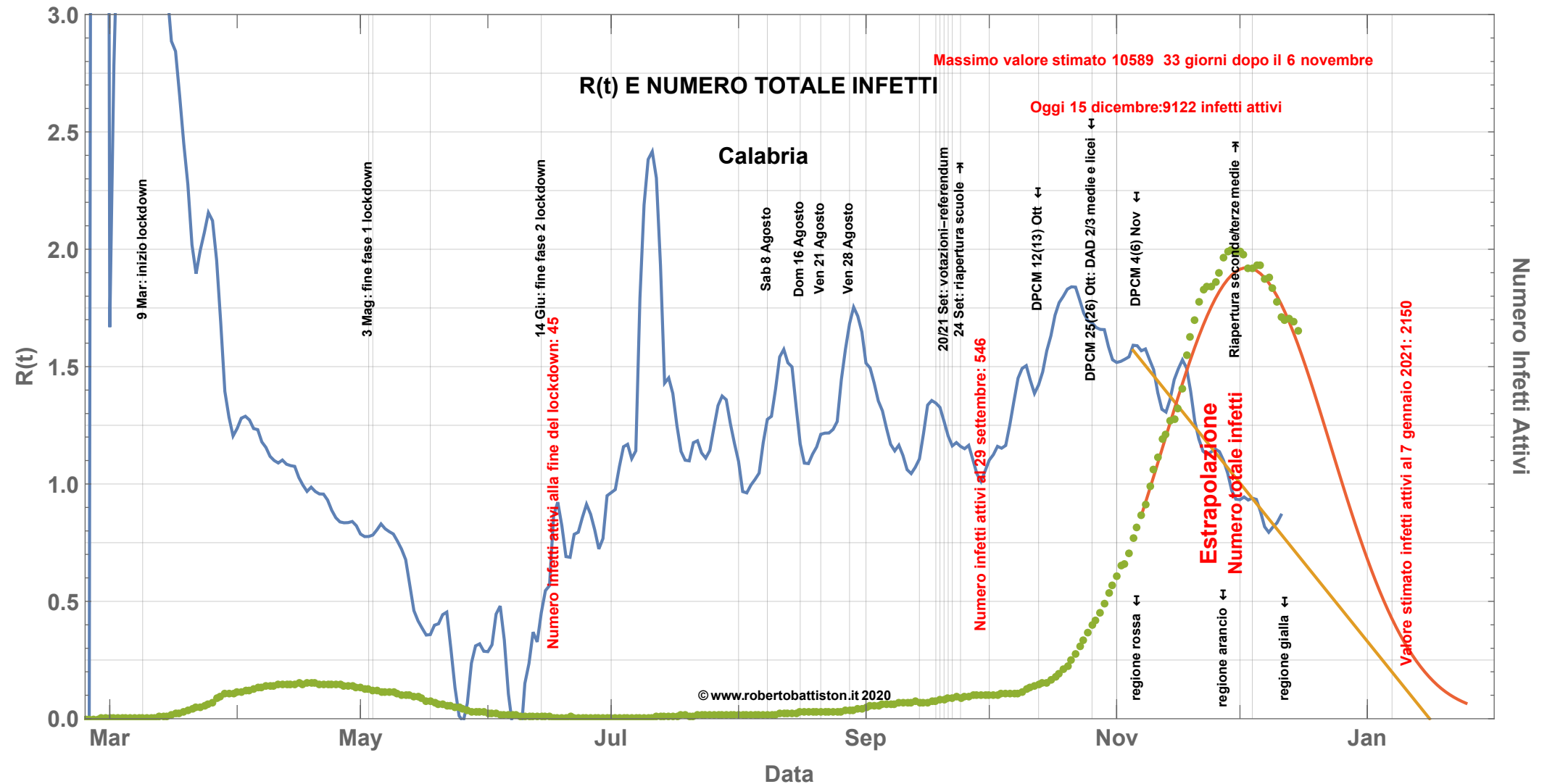
Aggiornamento al 15 dicembre

b) le regioni "intermedie"



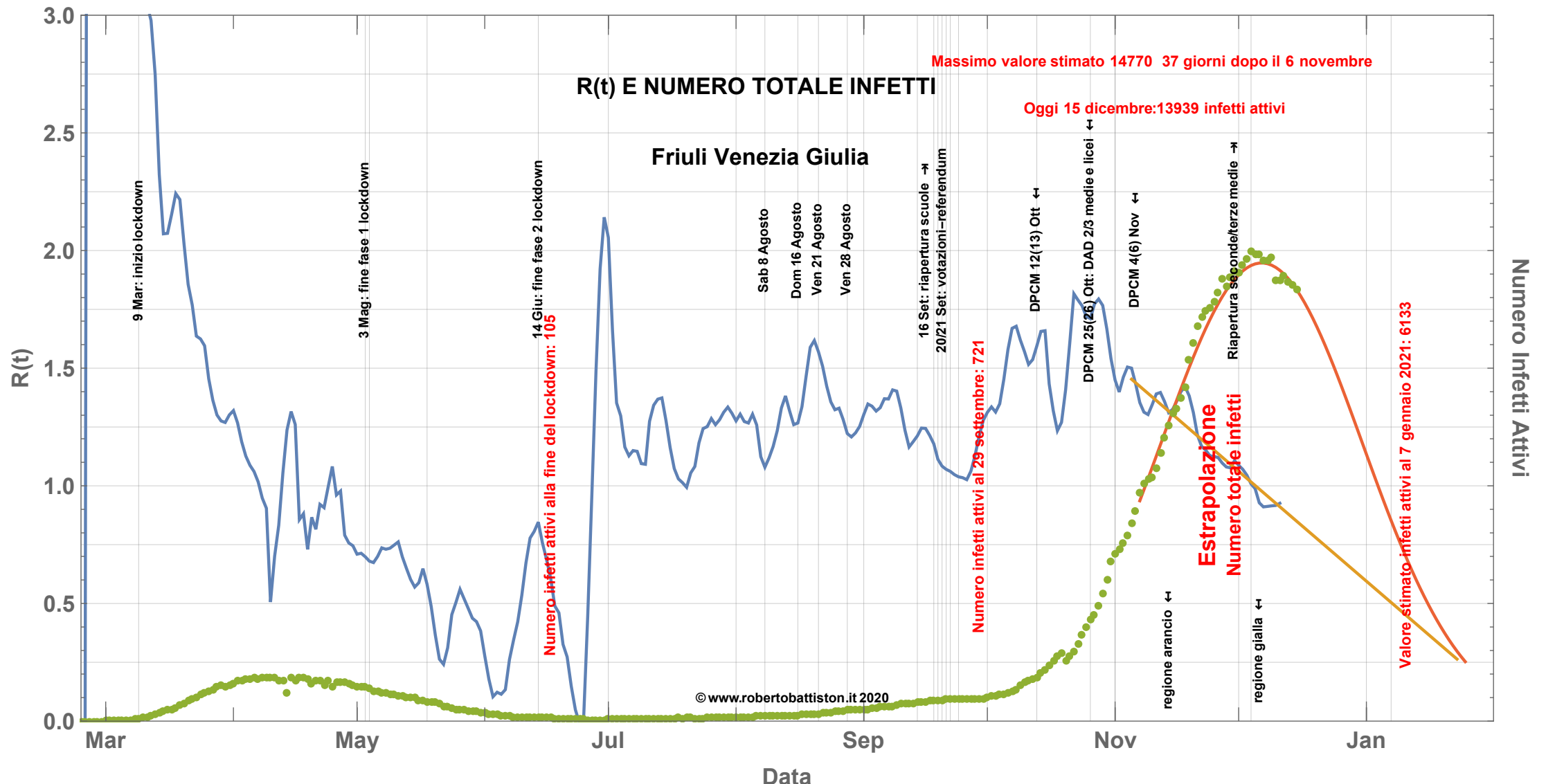
Aggiornamento al 15 dicembre

b) le regioni "intermedie"



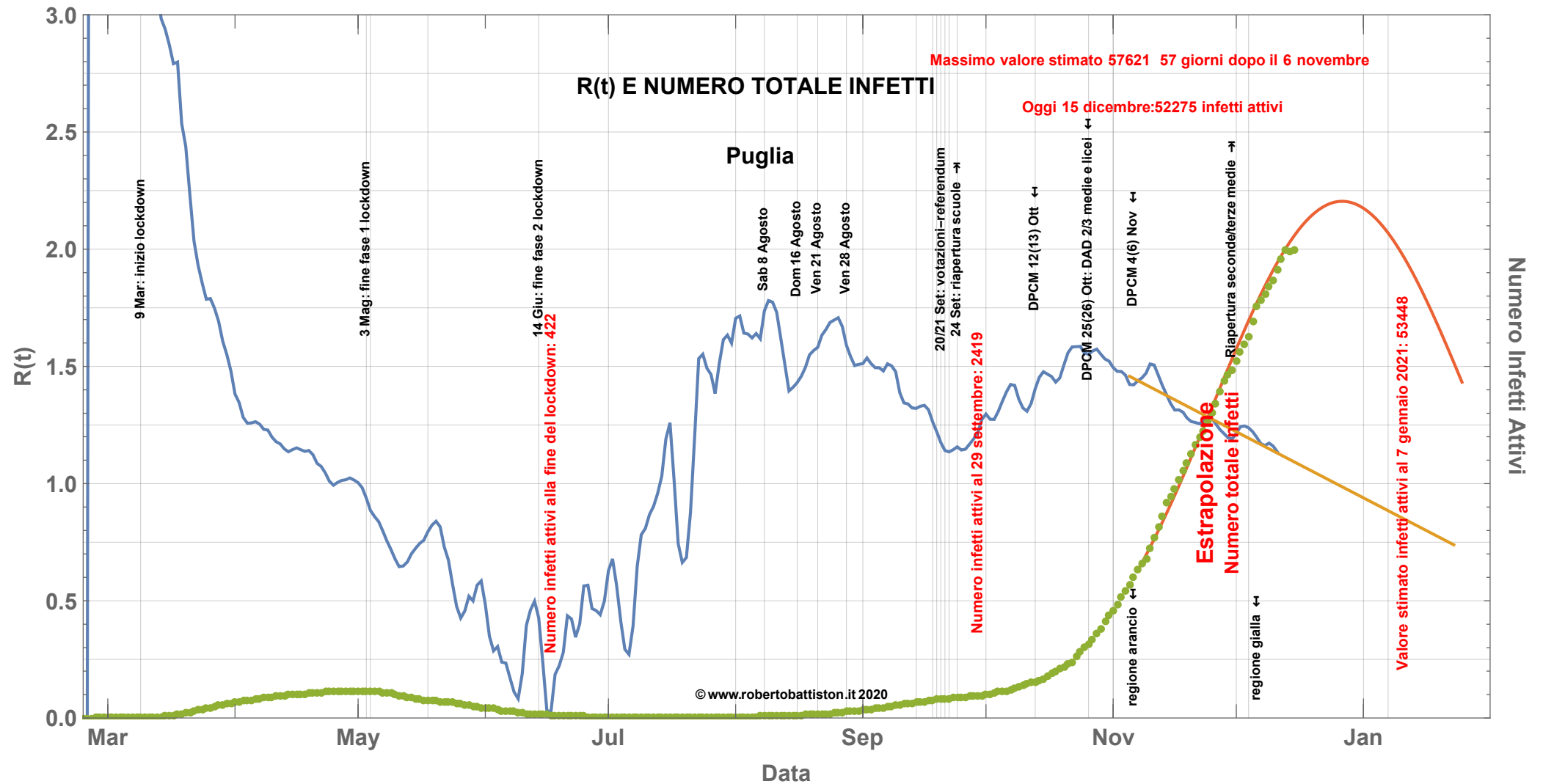
Aggiornamento al 15 dicembre

c) le regioni "più lente nel recupero"



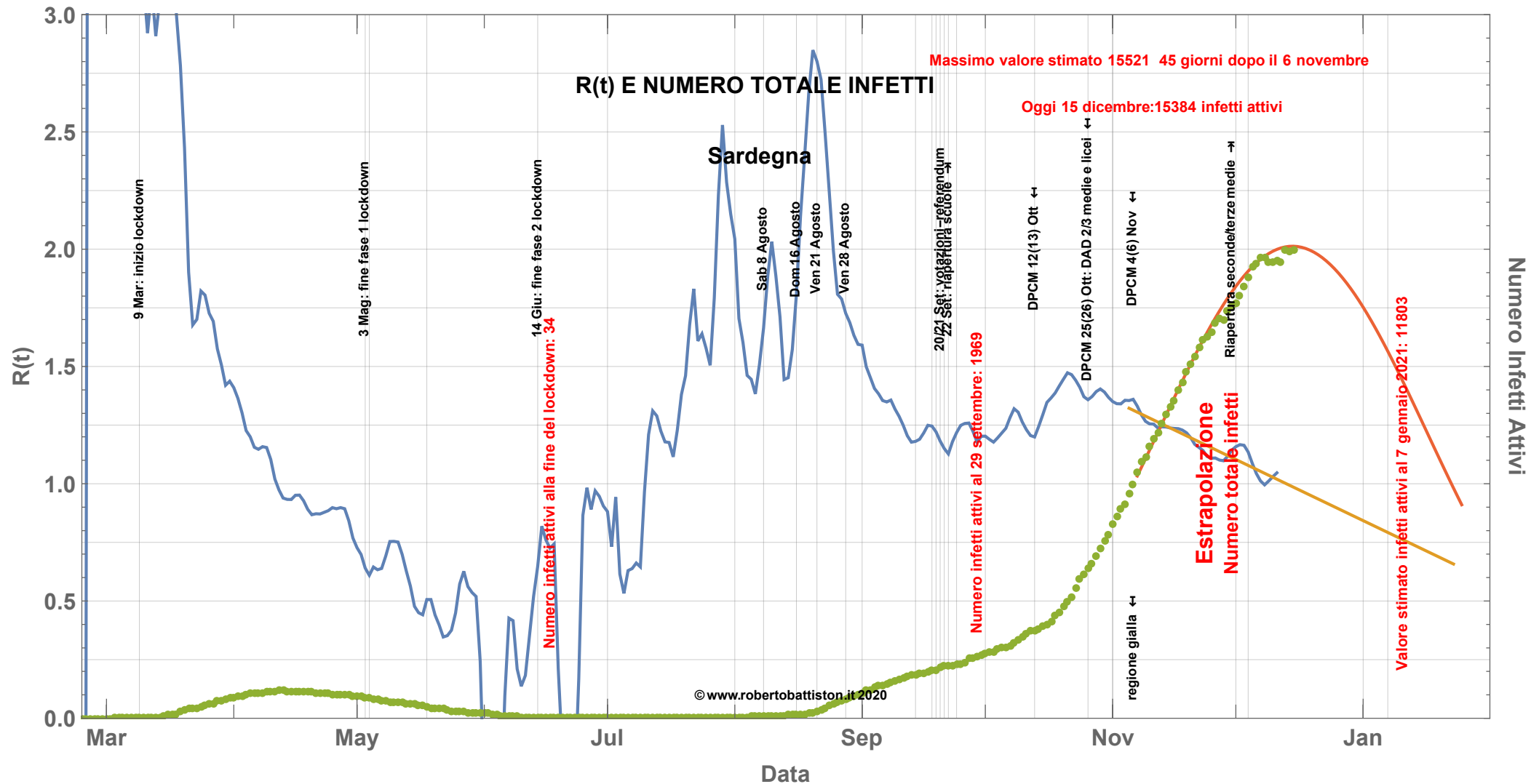
Aggiornamento al 15 dicembre

c) le regioni "più lente nel recupero"



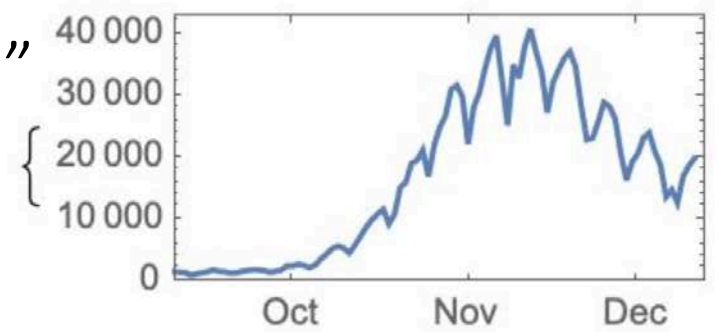
Aggiornamento al 15 dicembre

c) le regioni "più lente nel recupero"

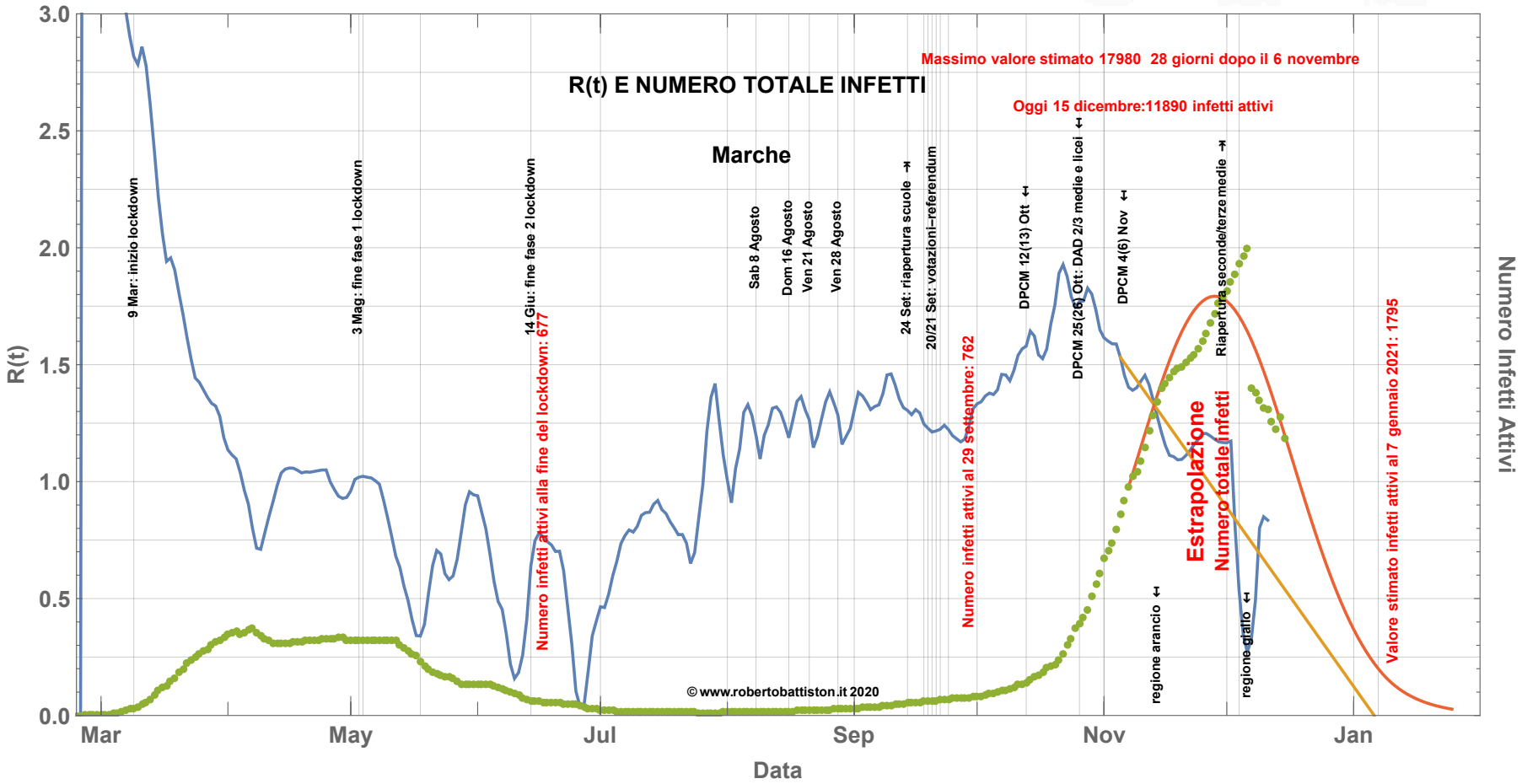
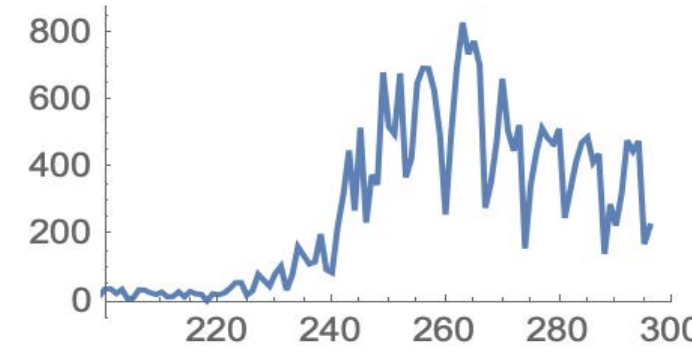


Aggiornamento al 15 dicembre
 d) le regioni "con dati problematici"

Nuovi Positivi Italia

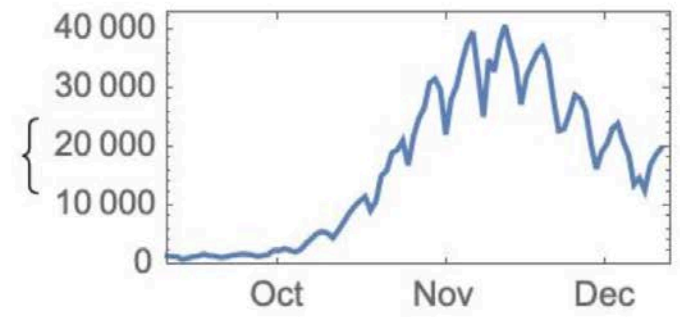


Marche

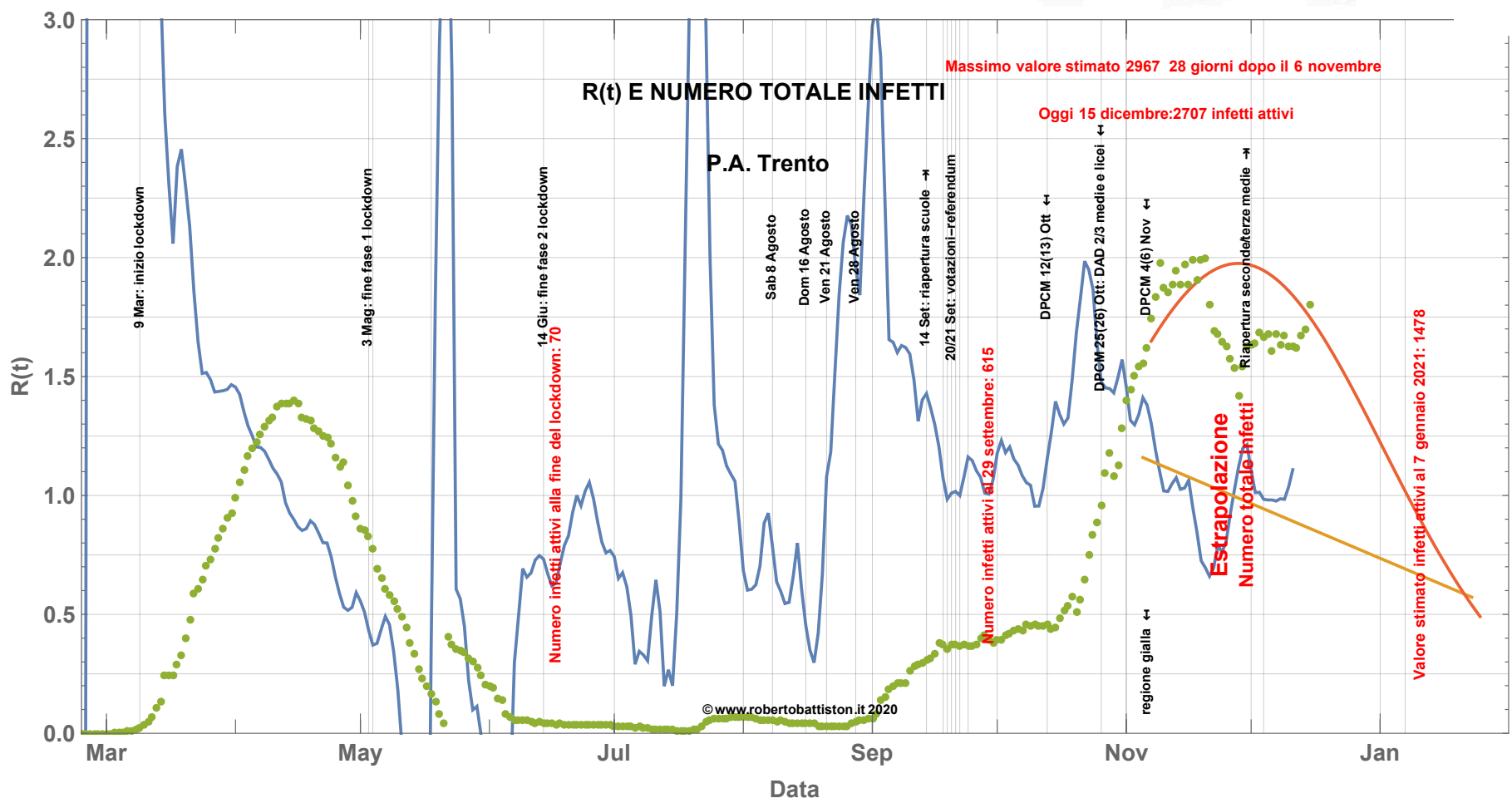
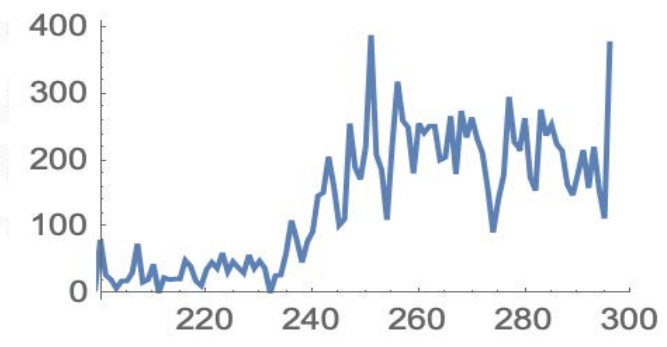


Aggiornamento al 15 dicembre
 d) le regioni "con dati problematici"

— Nuovi Positivi Italia

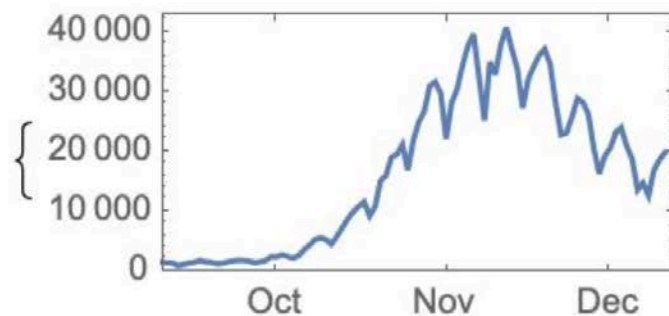


— P.A. Trento

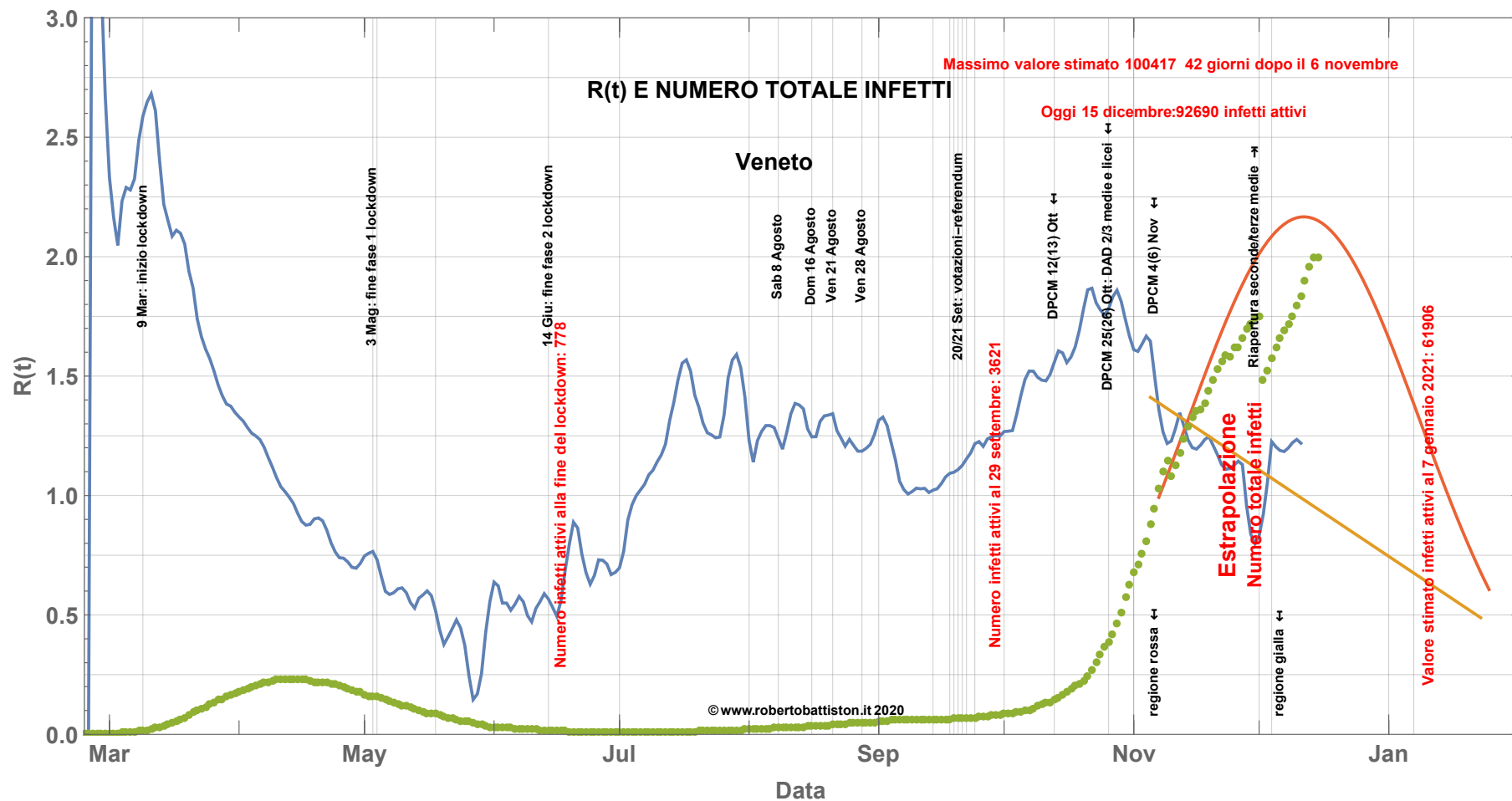
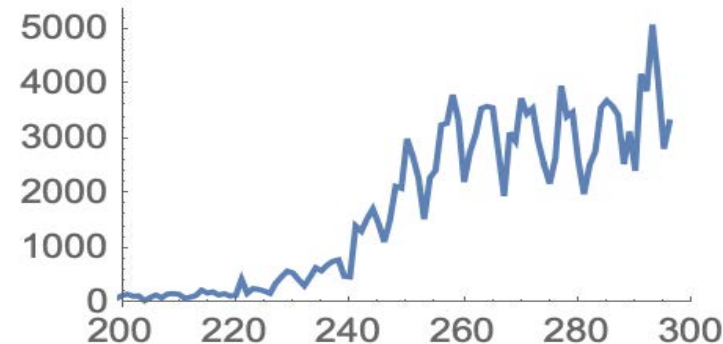


Aggiornamento al 15 dicembre
 d) le regioni "con dati problematici"

Nuovi Positivi Italia



Veneto



Numero Infetti Attivi

regione rossa
 regione gialla

In conclusione:

- I modelli compartimentali sono utili per analizzare l'andamento dell'epidemia in condizioni stazionarie (es. Lockdown)
- Alla fine del lockdown svariate regioni (più piccole e al sud soprattutto) avevano rimosso l'epidemia arrivando ad azzerare il numero di nuovi infetti
- I modelli compartimentali hanno permesso di evidenziare, creando un modello nazionale come somma di modelli regionali, la ripartenza dell'epidemia fin dagli inizi di luglio (quando non ne parlava ancora nessuno)
- Questi modelli non possono essere applicati direttamente in condizioni di continuo cambiamento di condizioni ambientali
- Utilizzando $R(t)$ derivato dal modello SIR si riesce però a seguire con precisione l'andamento dell'epidemia, evidenziando il ritardo tipico di 7-8 giorni fra l'evento infettivo e la rilevazione medica e mettere a fuoco fenomeni di massa rilevanti per l'epidemia inclusa l'efficacia delle misure di contenimento
- La stessa tecnica permette di descrivere l'andamento del contagio con notevole accuratezza, anticipandone gli sviluppi di due-tre settimane: soprattutto permette di evidenziare le deviazioni dal comportamento atteso, in tempi confrontabili con il ritardo caratteristico di una settimana, fornendo uno strumento accurato e imparziale di analisi del dato e valutazione della situazione locale/nazionale
- In queste settimane di dicembre/gennaio abbiamo davvero una occasione preziosa per abbattere l'epidemia e fare ponte verso la vaccinazione (che prenderà qualche mese): alcune regioni, nel frattempo già diventate gialle, sono però in serio ritardo

In conclusione (bis):

- Gli strumenti presentati in questo seminario descrivono un approccio razionale all'analisi del dato fornito dalla Protezione Civile, sfruttandone l'informazione contenuta in modo più efficace di una semplice analisi statistica tradizionale
- In questo senso sono uno strumento utile di valutazione dell'andamento dell'epidemia e di programmazione
- Naturalmente esistono modelli molto più sofisticati: i modelli compartimentali assumono uniformità di distribuzione dell'epidemia sul territorio, non trattano in modo esplicito i focolai, i flussi di spostamento etc.
- Considerata la situazione, questi strumenti risultano molto più sofisticati di gran parte delle analisi presentate al grande pubblico e, forse, anche di qualche esperto
- L'analisi della ISS tiene conto di una molteplicità di fattori che caratterizzano le realtà regionali. Lo sforzo in atto da parte del gruppo ISS/FBK e CTS è straordinario ed encomiabile. Rimane il fatto che i dati contengono una "strategia" dell'epidemia e hanno la capacità di mostrarcela in modo tempestivo se sappiamo come interpretarli e le tecniche presentate danno alcuni esempi in tale senso.

Grazie

Trento 15/12/2020

www.robortobattiston.it

Q&A